高エネルギー宇宙物理学のための ROOT 入門

– 第 2 回 –

奥村 曉

名古屋大学 宇宙地球環境研究所

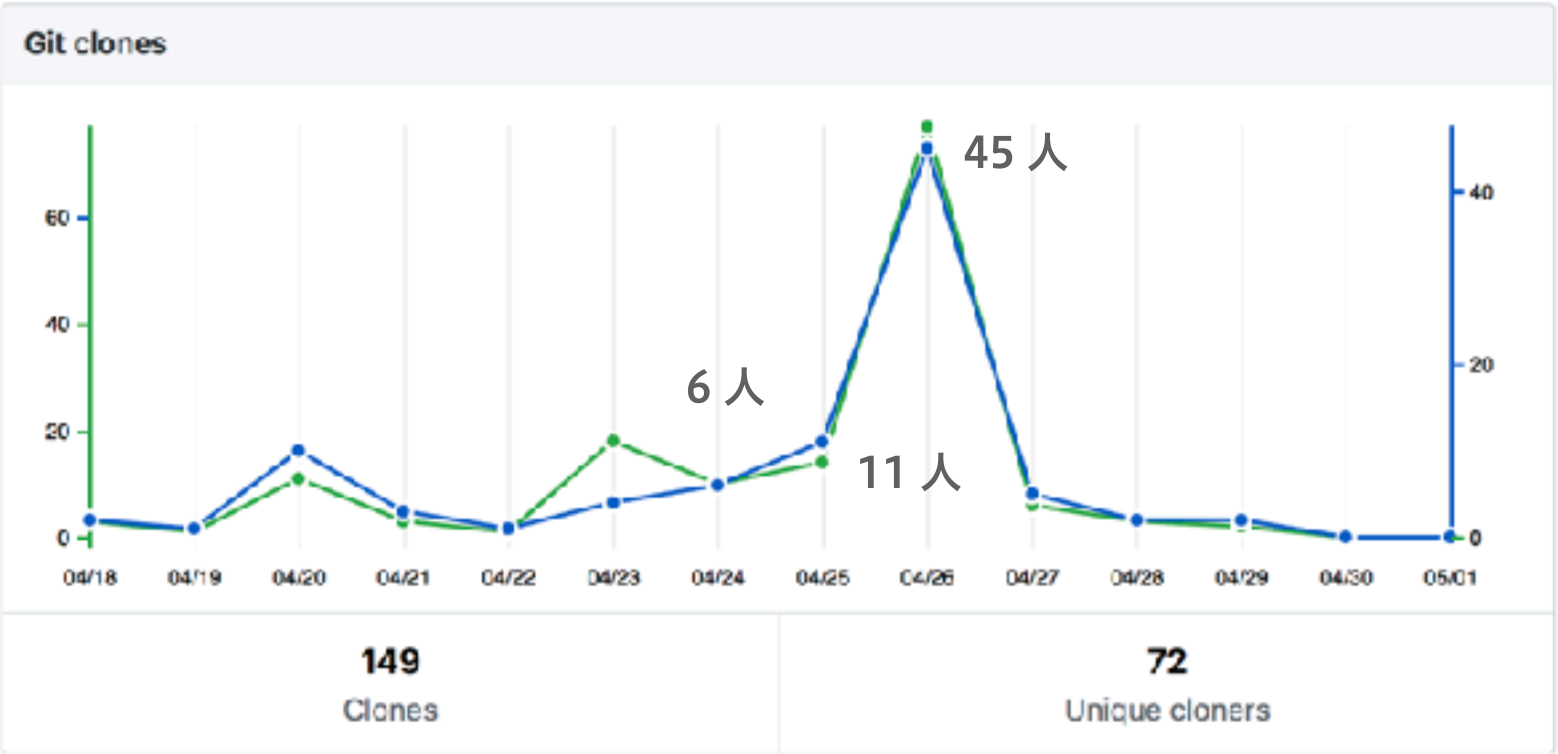
2018 年 5 月 10 日

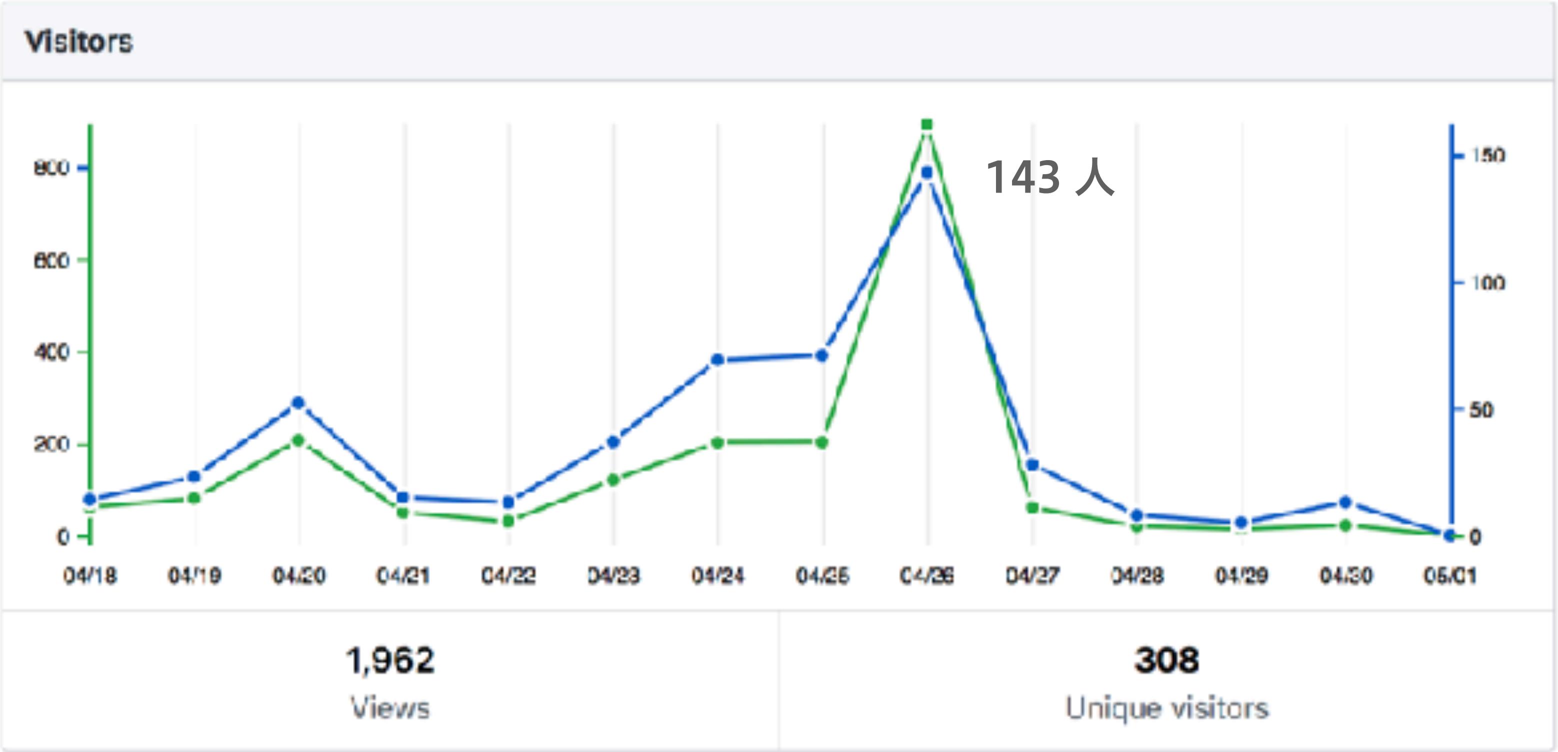
名古屋大学 NAGOYA UNIVERSITY

ISEE Institute for Space–Earth Environmental Research

oxon@mac.com

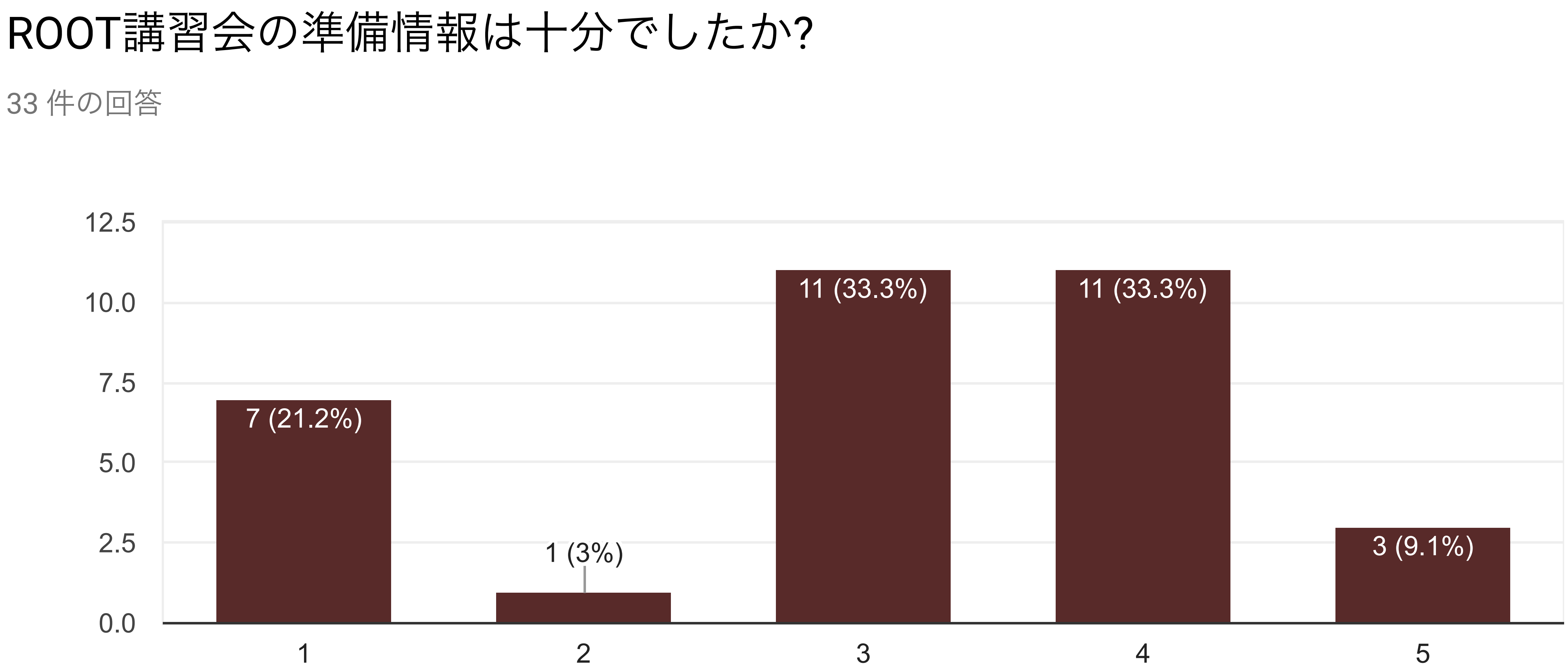
Git の実際の利用者の数





- git clone を実際に実行した人は 70 人未満
- GitHub の RHEA 関係のページを見た人は 143 人
- 半分程度しか実際に clone していないので、継続参加の場合は clone しておいてください。

アンケート結果

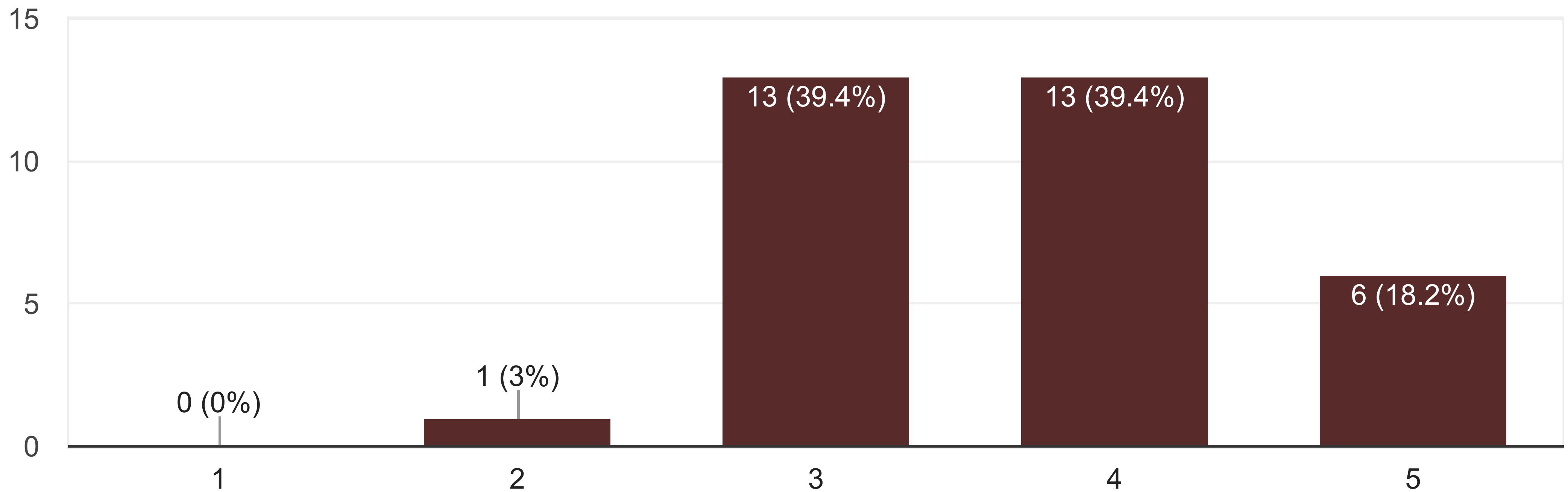


- 回答数 33 しかない
- YMAP の担当と各大学の担当の方、事前準備と情報展開をお願いします
- 基本的に講師は名大の学生相手にローカルでやっているので…

アンケート結果

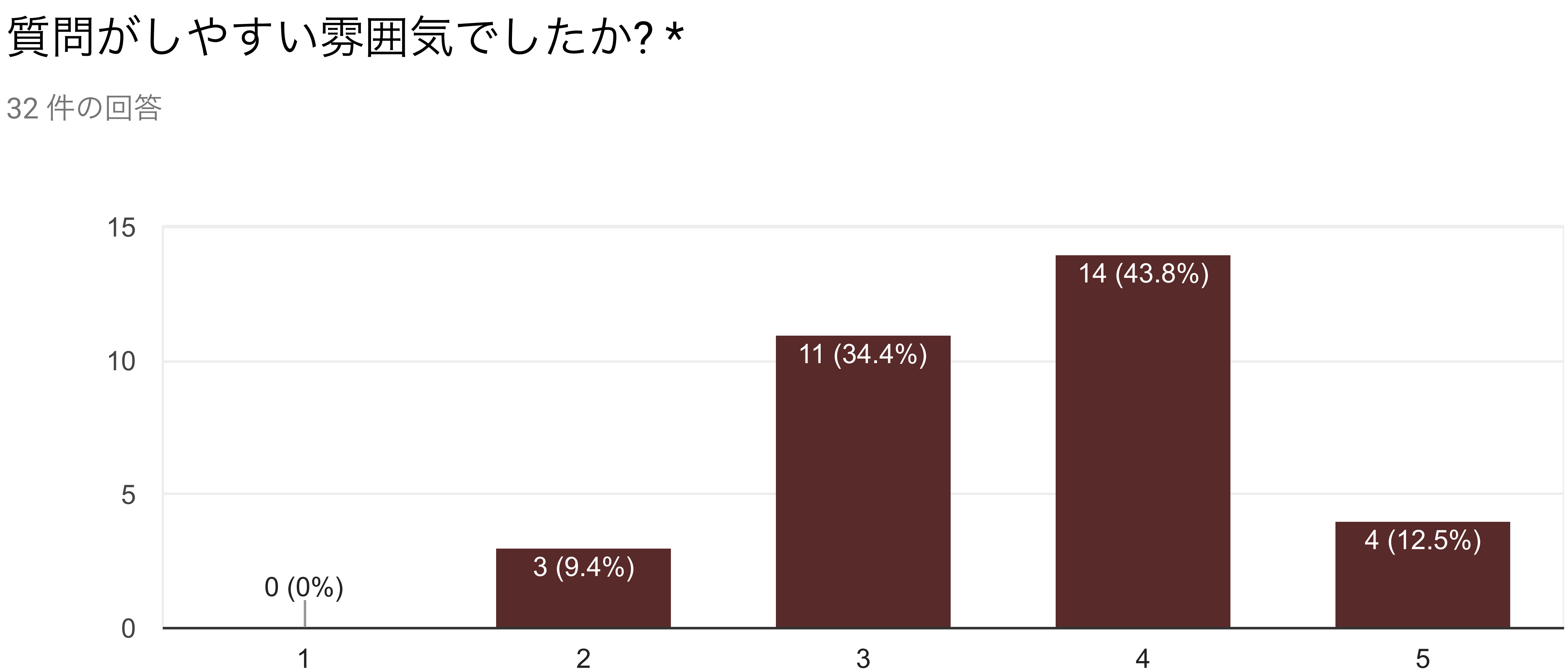
初回の講習会の満足度を評価してください.

33 件の回答



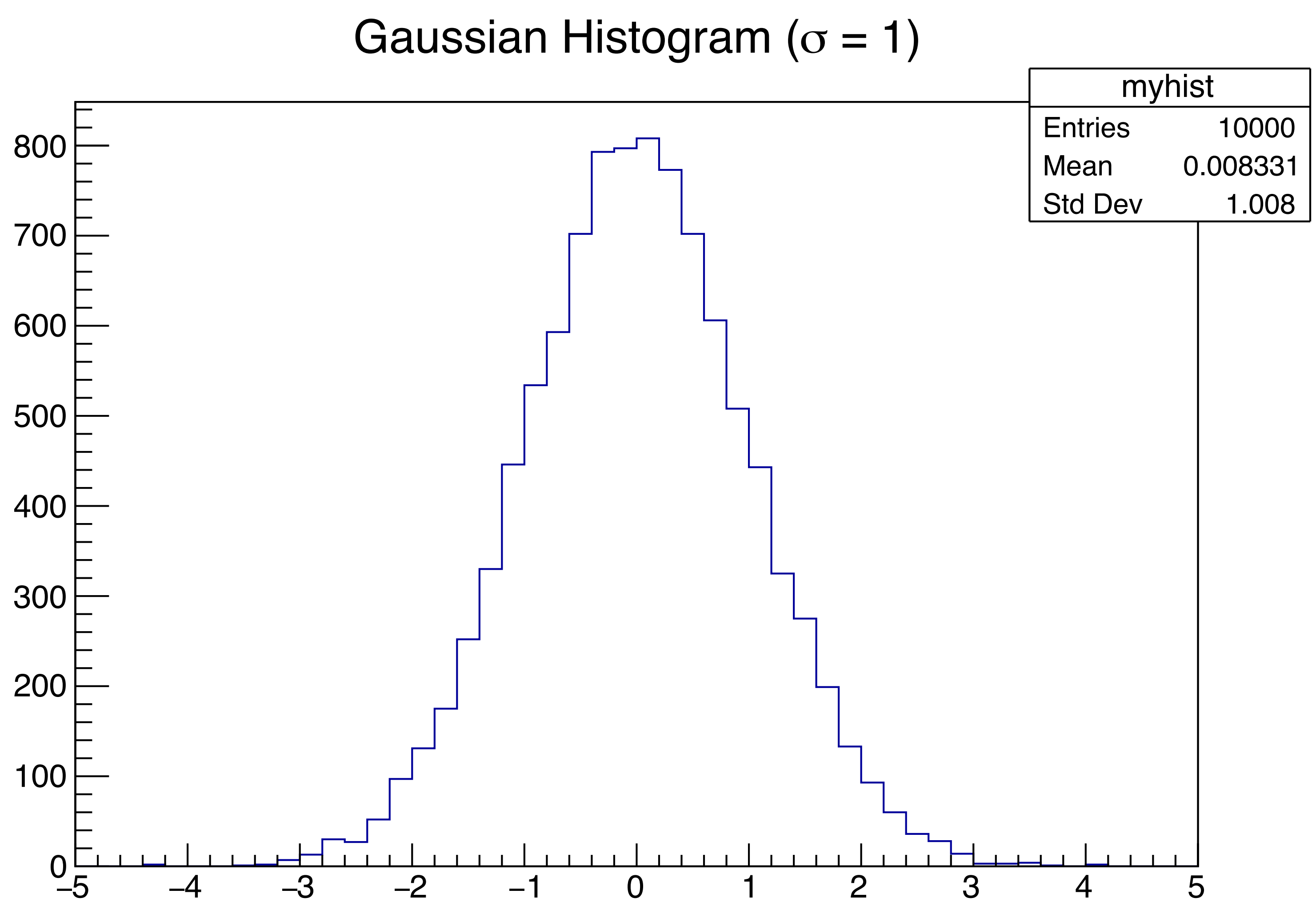
- 質問の形式が悪いので改善しようがありませんが、不満足の理由がある場合は記入してください

アンケート結果



- どういう雰囲気だと質問しやすいのか理解できていないのですが、改善案があればそれも記入してください
- 「何か質問ありますか？」と何度も問いかけて質問できないのであれば、それは本人の資質だと個人的には思いますが

正規分布のヒストグラム




```
$ root
root [0] TH1D* hist = new TH1D("myhist", "Gaussian Histogram (#sigma = 1)", 50, -5, 5)

root [1] hist->FillRandom("gaus", 10000)
root [2] hist->Draw()
Info in <TCanvas::MakeDefCanvas>:  created default TCanvas with name c1
root [3] c1->SaveAs("hist.pdf")
```

❶ 目的に応じてグラフやヒストグラムを作る

❷ データ解析の操作をする

❸ 描画する

❹ 図に保存する

✓ ROOT インタプリタは C++ を解釈できる

✓ ROOT プロンプトに 1 行ずつ入力し実行する

少し解説（新出用語は聞き流してください）

```
root [0] TH1D* hist = new TH1D("myhist", "Gaussian Histogram (#sigma = 1)", 50, -5, 5)
```

❶ TH1D という 1 次元ヒストグラム用クラスのインスタンス（オブジェクト）を新たに作る

```
root [1] hist->FillRandom("gaus", 10000)
```

❷ コンストラクタの引数で、その仕様を決める

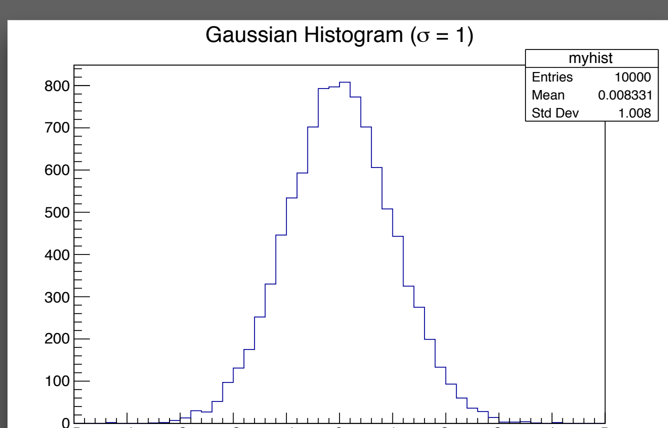
```
root [2] hist->Draw()
```

❸ オブジェクトに対して色々と操作をする。この場合は、ガウス分布（正規分布）で乱数を 10,000 回詰める

```
Info in <TCanvas::MakeDefCanvas>:  created default TCanvas with name c1
```

❹ 多くの ROOT クラスは、Draw() というメソッド（メンバ関数）を呼んで描画することができる

```
root [3] c1->SaveAs("hist.pdf")
```



❺ 描画先（キャンバス）を作っていないので、デフォルトの大きさのものが c1 という名前で自動的に作られる

❻ Draw した図は、色々な画像形式で保存可能。c1 も ROOT のオブジェクトなので、メソッドを多く持つ。基本的に PDF で保存すること（EPS は今どき使わない）。

補足：日本語 LaTeX や古い Keynote で図が回転してしまう場合

```
root [3] c1->SaveAs("hist.pdf")
```

❶ SaveAs ではなく…

```
root [4] c1->Print("hist.pdf", "Portrait")
```

❷ ややこしい引数で Print を使ってください

補足：ROOT ファイルとして保存する

```
root [4] c1->SaveAs("hist.root")
root [5] .q

$ root
root [0] TFile f("hist.root")
(TFile &) Name: hist.root Title:

root [1] f.ls()
TFile**      hist.root
 TFile*      hist.root
  KEY: TCanvas   c1;1c1

root [2] c1->Draw()
```

❶ SaveAs で ROOT ファイルとして保存する

❷ TFile を使って ROOT ファイルを開く

❸ 先ほど作った c1 というキャンバスが存在

❹ 再度 Draw できる

- 解析結果は必ず描画して問題ないか自分の目で確認する
- 論文に使ったり人に渡したり印刷しやすい PDF に保存する
- 後から修正したりヒストグラム自体の操作などができるよう ROOT ファイルにも保存する

1 行ずつ入力するのは面倒くさいので関数にする

```
$ cat first_script.C
```

❶ スクリプトとして、ファイルに書いてしまう。.C という拡張子を使うのが ROOT では一般的

```
void first_script()
{
  TH1D* hist = new TH1D("myhist", "Gaussian Histogram (#sigma = 1)", 50, -5, 5);
  hist->FillRandom("gaus", 10000);
  hist->Draw();
}
```

❷ ファイル名と同じ関数にすること

```
$ root
root [0] .x first_script.C
```

❸ .x という ROOT の固有コマンドを使って実行する

参考書に掲載されているプログラムは Git で入手可能

```
$ git clone https://github.com/akira-okumura/RHEA.git
$ cd RHEA
$ ls
Makefile  README.md RHEA.tex  fig       src       tex
$ cd src
$ ls first_script*
first_script.C   first_script2.C  first_script2.py first_script3.C
```

関数に引数を持たせて汎用性を高める

```
$ cat first_script2.C

void first_script2(int nbins, int nevents)
{
  TH1D* hist = new TH1D("myhist", "Gaussian Histogram (#sigma = 1)", nbins, -5, 5);
  hist->FillRandom("gaus", nevents);
  hist->Draw();
}

$ root
root [0] .x first_script2.C(500, 100000)
```

❶ 引数を持った関数を新たなファイルに作る

❷ 実行時に引数を渡すことができる

コンパイルして実行する

```
$ cat first_script3.C
#include "TH1D.h"

void first_script3(int nbins, int nevents)
{
  TH1D* hist = new TH1D("myhist", "Gaussian Histogram (#sigma = 1)", nbins, -5, 5);
  hist->FillRandom("gaus", nevents);
  hist->Draw();
}

$ root
root [0] .x first_script3.C+(500, 1000000)

Info in <TMacOSXSystem::ACLiC>: creating shared library /Users/oxon/git/RHEA/
src/./first_script3_C.so

Info in <TCanvas::MakeDefCanvas>:  created default TCanvas with name c1
```

❶ コンパイルしても動くように、ヘッダーファイルをちゃんとインクルードする

❷ コンパイルするときはファイル名の後ろに + をつける。複雑なプログラムの場合、処理速度が向上する。

❸ コンパイル済みの共有ライブラリ（.so）が生成される

速度の比較

```
$ root
root [0] .L first_script3.C
root [1] TStopwatch stop; stop.Start(); first_script3(100, 100000000);
stop.Stop(); stop.Print()
Info in <TCanvas::MakeDefCanvas>:  created default TCanvas with name c1
Real time 0:00:05, CP time 5.160
```

❶ コンパイルせずにロードする

```
$ root
root [0] .L first_script3.C+
root [1] TStopwatch stop; stop.Start(); first_script3(100, 100000000);
stop.Stop(); stop.Print()
Info in <TCanvas::MakeDefCanvas>:  created default TCanvas with name c1
Real time 0:00:05, CP time 5.130
```

❷ コンパイルしてロードする

❸ 早くなってない…

Python から実行する

```
$ cat first_script2.py

import ROOT
```

❶ $ROOTSYS/lib/ROOT.py をインポートする

```
def first_script2(nbins, nevents):
    global hist
    hist = ROOT.TH1D('myhist', 'Gaussian Histogram (#sigma = 1)', nbins, -5, 5)
    hist.FillRandom('gaus', nevents)
    hist.Draw()
```

❷ C++ と構造としては一緒だが、文法が色々と違う

```
$ ipython
Python 3.6.5 (default, Mar 30 2018, 06:41:53)
Type 'copyright', 'credits' or 'license' for more information
IPython 6.2.1 -- An enhanced Interactive Python. Type '?' for help.

In [1]: import first_script2
```

❸ 自分のスクリプトをインポートする

```
In [2]: first_script2.first_script2(500, 100000)
Info in <TCanvas::MakeDefCanvas>:  created default TCanvas with name c1
```

❹ 関数を呼び出す

※ 他にもやり方はあります

タブ補完機能の使い方（iPython でも同様）

```
$ root
root [0] TH1D* hist = new TH1D("myhist", "Gaussian Histogram (#sigma=1)", 50, -5, 5)
root [1] hist->FillRandom("gaus", 10000)
root [2] h

h
(省略)
hort>
host2net
root [2] hi
root [2] hist
root [2] hist->

AbstractMethod
Add
AddAt
AddBinContent
(省略)
```

❶ ここでタブキーを打つと…

❷ 候補が表示され…

❸ hi まで入力しさらにタブを打つと hist と補完される

❹ メソッド候補を出すには hist-> まで入力しタブ

履歴検索とカーソルの移動

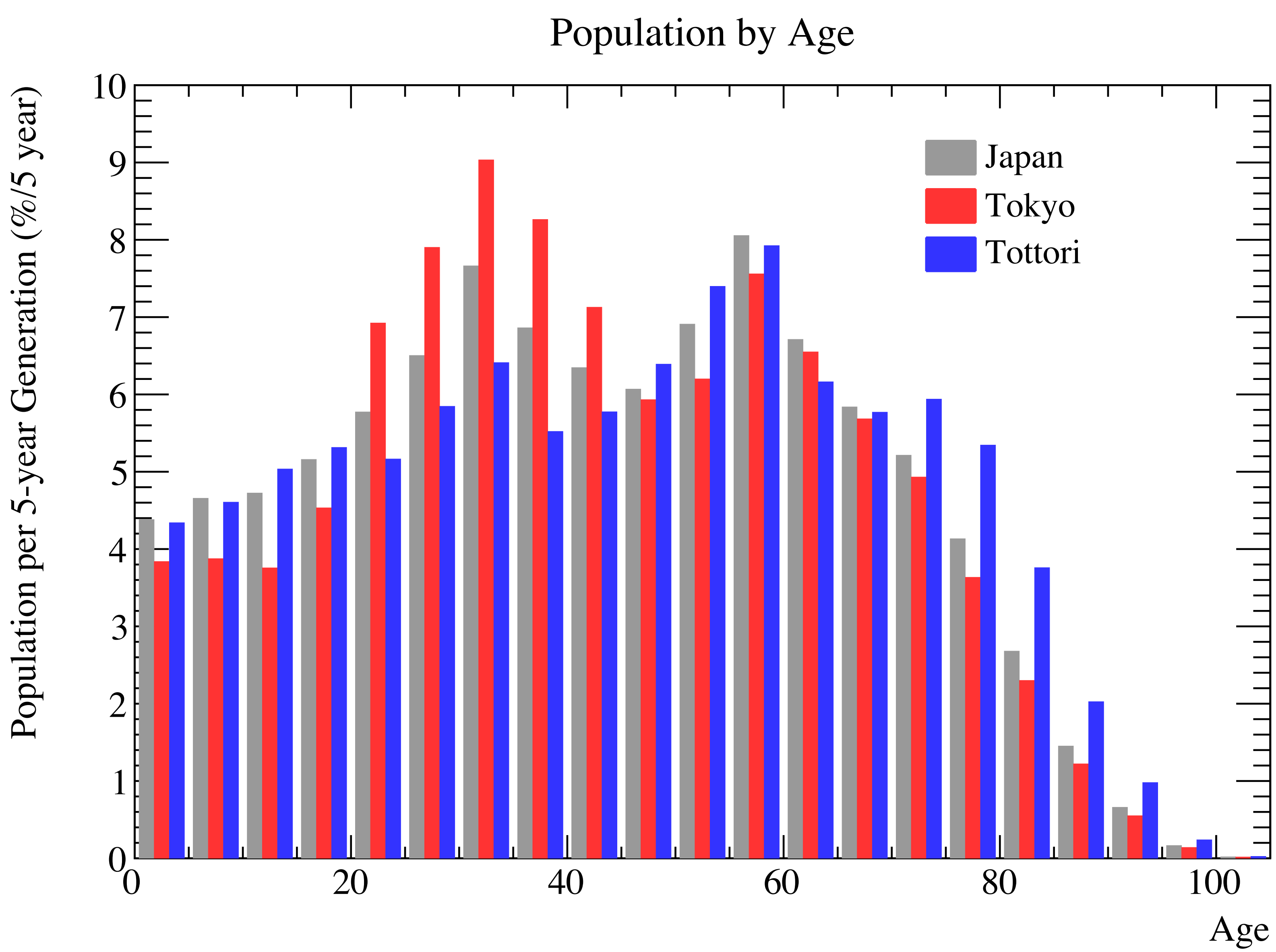
- Control + R（C-r とか Ctrl-r とか書きます）で過去の入力を検索できる
  - いちいちコピペしない
  - いちいち入力しない
- カーソル移動
  - 上下左右 C-p（previous）、C-n（next）、C-f（forward）、C-b（backward）
  - 行頭と行末 C-a（ahead）、C-e（end）
  - 矢印キーは使わない
  - 常に人差し指を F と J のキーに置く
  - A キーの左が Caps Lock の場合、Control に置き換える設定をする
- 他にもいくつかある（Emacs や shell と同じ）
  - C-h、C-d、C-k、C-y、C-t あたりは便利
  - Delete も Backspace キーも使わない

ROOT の公式ドキュメント

- 『ROOT User's Guide』
  - https://root.cern.ch/root-user-guides-and-manuals
  - HTML 版か PDF 版（642 ページ！）
  - 膨大だけど最も詳しい公式解説書
  - 単語で検索をかけて飛ばし読みでも十分
- Reference Documentation
  - https://root.cern.ch/doc/master/index.html
  - C++ のソースコードから自動生成された HTML
  - 例えばヒストグラムのクラスが何をしているか理解するには https://root.cern.ch/doc/master/classTH1.html を読む

ヒストグラム

ヒストグラム（histogram）とはなにか？



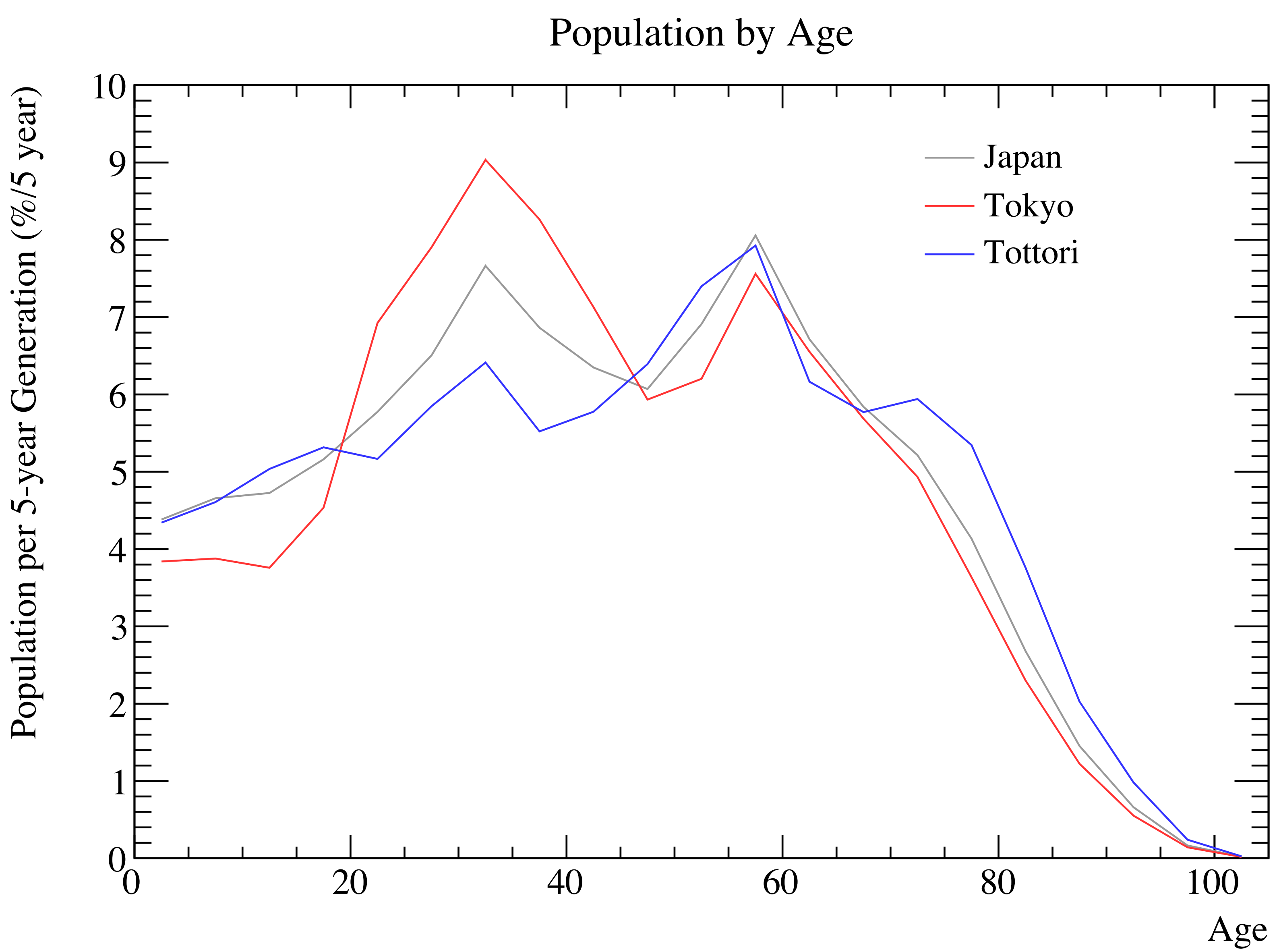
全数調査のヒストグラムの例（ビン幅は 5 歳）
（データ出典：国勢調査 2005）

- 度数分布図
- ある物理量がどのように分布しているかを、値の範囲をビン（bin）に区切って表示したもの
- 実験での使用例
  - 光検出器の波高分布（ポアソン分布と正規分布）
  - 崩壊時間や飛程の分布（指数分布）
- 分布同士の比較、理論曲線との比較によく使われる

大事なこと

- 積分すると総数になる
  - 標本の大きさ (sample size)
    - 総測定回数や総発生事象 (トリガーした宇宙線粒子のエネルギー分布など)
    - 全数測定の総数 (国勢調査、実験装置の全数調査など)
    - 標本数 (number of samples) とは言わないので注意
  - 確率密度関数の場合は 100% や 1
    - 十分に標本が大きい (=統計誤差の小さい) MC シミュレーションで得られた物理量の分布や理論曲線など
- 面積に意味があるので原則として縦軸のゼロを表示する (対数表示の場合はもちろん不可能)
- 全数調査と標本調査は分布が異なる

間違った表示の例



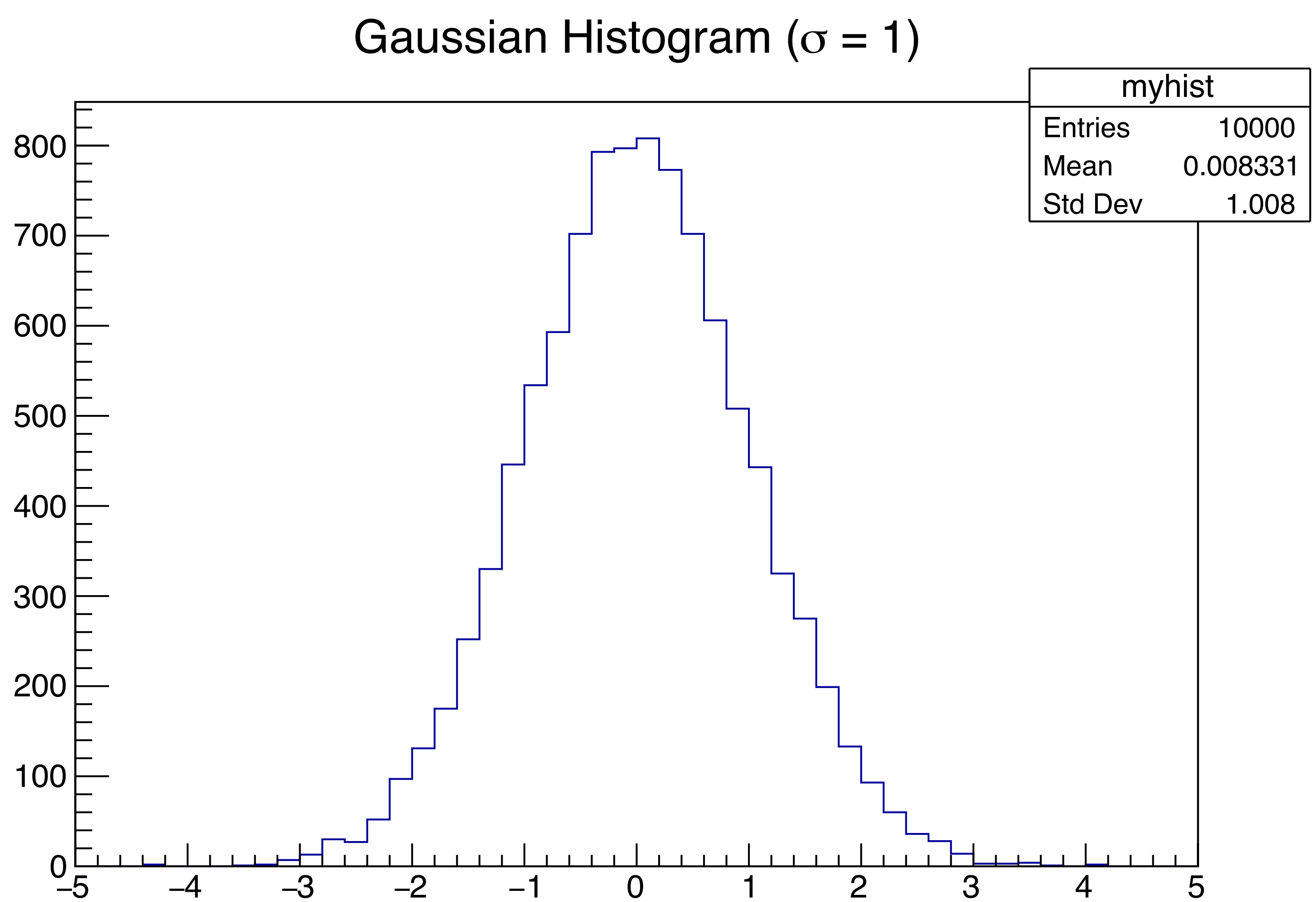
- ヒストグラムを折れ線グラフにしない
  - ビンの中心値はそのビンの代表値ではない
  - 面積が保存しない
  - （多くの場合）折れ線の傾きに物理的な意味がない
  - 誤差棒が大きい場合、傾きを見せるのは読者の誤解を誘発する

1次元ヒストグラム

TH1 クラス

- ROOT の 1 次元ヒストグラムは TH1 というクラス
- ヒストグラムの縦軸のデータ型に応じて複数の派生クラスがある
  - TH1D – double（14 桁まで扱える、多分一番よく使う）
  - TH1F – float（7 桁）
  - TH1C – char（-128 – 127）
  - TH1S - 16 bit int（short）（-32768 – 32767）
  - TH1I – 32 bit int（-2147483648 – 2147483647）
- TH1D 以外はひとまず忘れて良い

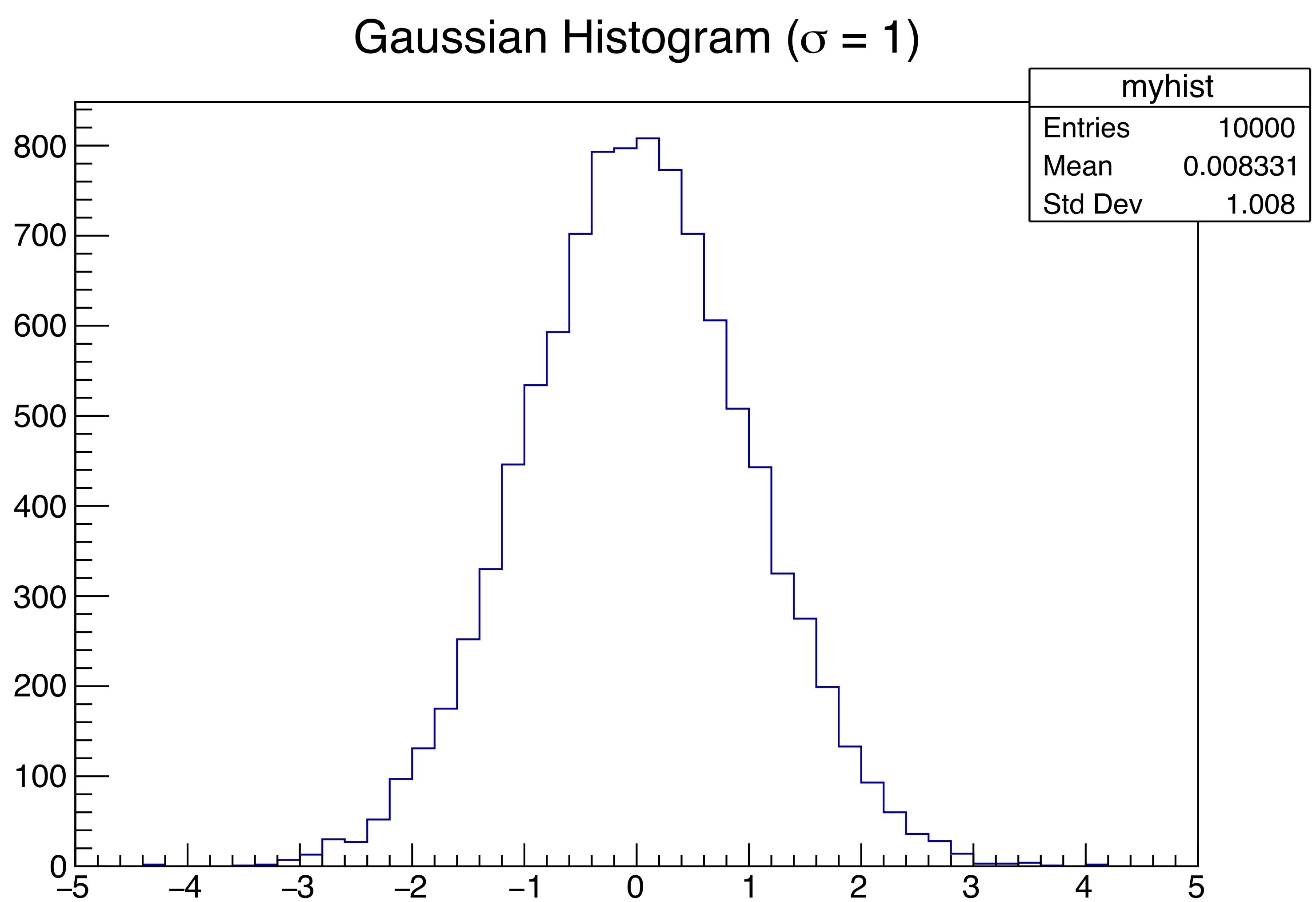
少し前に戻る




```
$ root
root [0] TH1D* hist
            = new TH1D("myhist",
                       "Gaussian Histogram (#sigma = 1)",
                       50,
                       -5,
                       5)
root [1] hist->FillRandom("gaus", 10000)
root [2] hist->Draw()
```

❶ 名前（なくてもよい）
❷ タイトル（なくてもよい）
❸ ビン数
❹ 下限値
❺ 上限値
❻ 標準偏差 1 の正規分布を乱数で 104 回詰める

自分で 10^4 回詰める

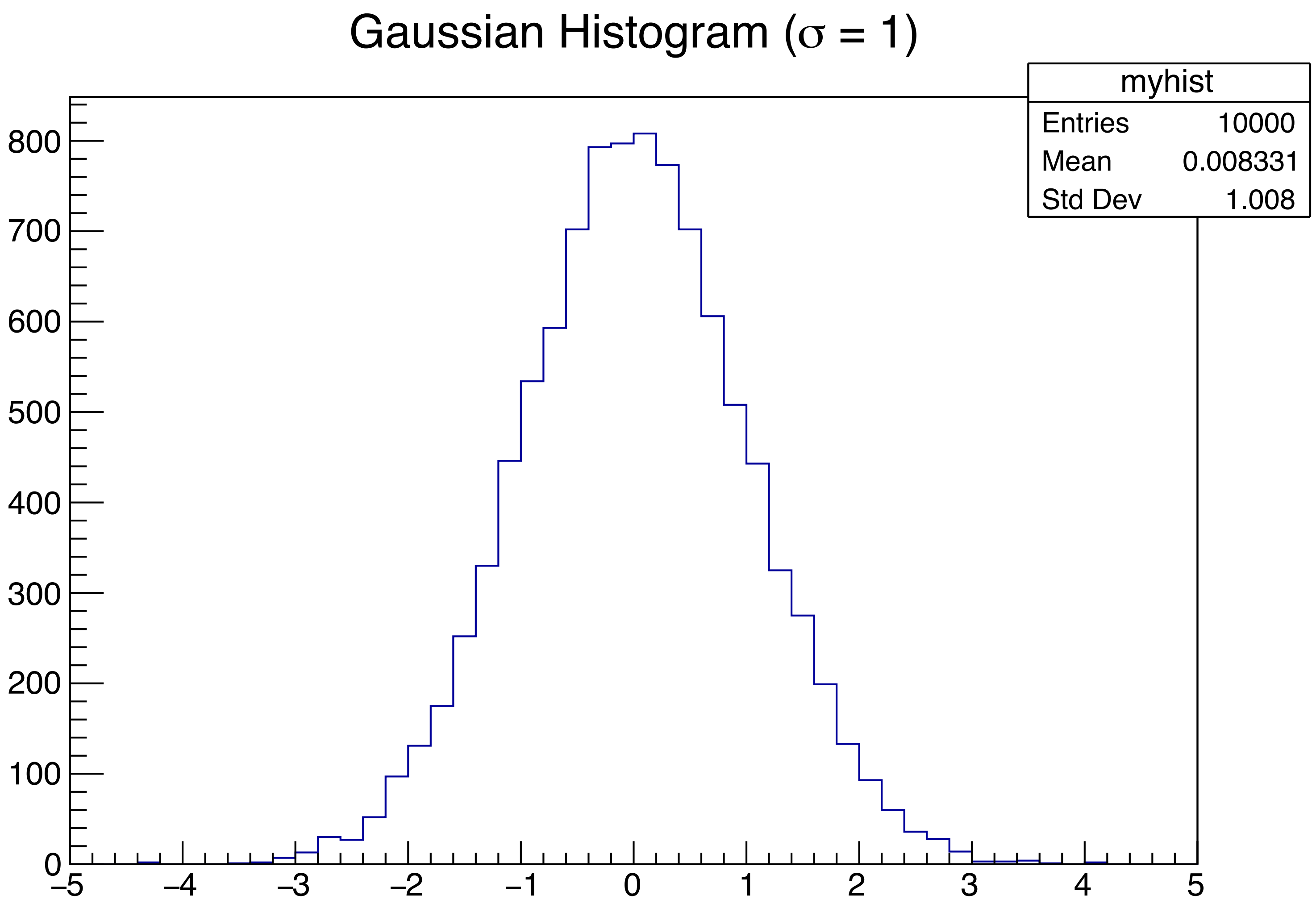



```
$ root
root [0] TH1D* hist = new TH1D("myhist", "Gaussian Histogram (#sigma = 1)", 50,
-5, 5)
root [1] for(Int_t i = 0; i < 10000; i++){
root (cont'ed, cancel with .@) [2] Double_t x = gRandom->Gaus();
root (cont'ed, cancel with .@) [3] hist->Fill(x);
root (cont'ed, cancel with .@) [4]}
root [5] hist->Draw()
```

❶ 乱数を生成し
❷ 詰める

※ 実際には、測定値などを詰める

ヒストグラムの基本的な量




```
root [6] hist->GetEntries()
(Double_t) 10000.0
root [7] hist->GetMean()
(Double_t) 0.008331
root [8] hist->GetStdDev()
(Double_t) 1.008
root [9] hist->GetMeanError()
(Double_t) 0.00997350
root [10] hist->GetStdDevError()
(Double_t) 0.00705233
```

❶ 総数

❷ 標本の平均値（母集団の真の平均値ではない）

❸ 標本の標準偏差（standard deviation）

❹ 平均値の統計誤差

❺ 標準偏差の統計誤差

平均値、分散、標準偏差

- 平均値：通常、ある物理量の相加平均（母平均は μ）

標本平均 $$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \cdots x_N}{N}$$

母平均 $$\mu = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

- 分散：その分布の散らばり具合を示す

(不偏)標本分散 $$s^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$$

※ ROOT は N で割っている

母分散 $$\sigma^2 = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2$$

- 標準偏差：散らばり具合を物理量と同じ次元で示す

標本の標準偏差 s　　母集団の標準偏差 σ

RMS と用語を混同しないこと

- RMS（二乗平均平方根）と標準偏差は定義が異なります

$$\mathrm{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^2}$$

※ 平均を引かない

- PAW や ROOT ユーザの多くが混同しているので注意
  - PAW が最初に間違い、ROOT は意図的に間違いを継承した
  - 最新の ROOT では、RMS という言葉はもう使われない
  - PD の 1 年目まで自分も勘違いしていた

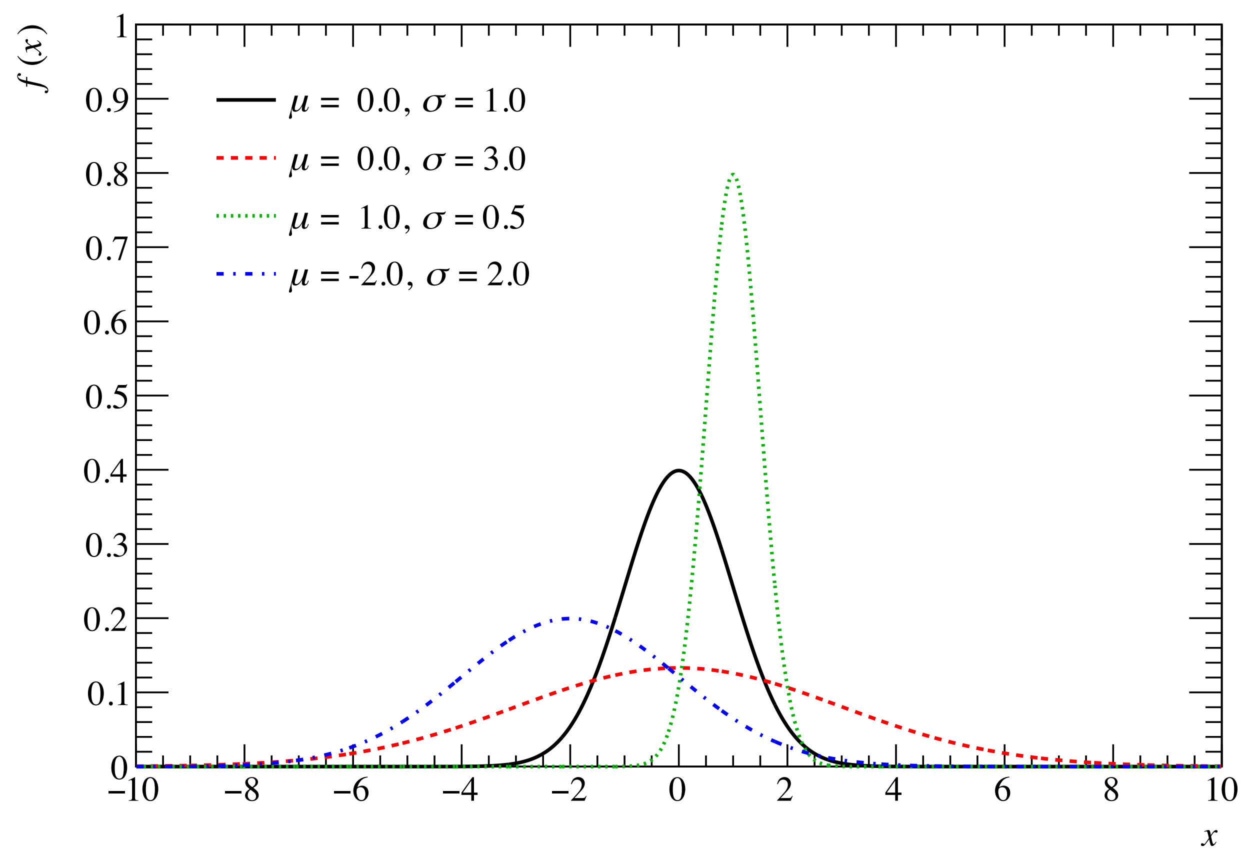
正規分布

正規分布（Normal Distribution）とは

- ガウス分布（Gaussian distribution）とも
- 平均値 μ と分散 σ^2（もしくは標準偏差 σ）で表される

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- 我々が最も頻繁に使う分布
- 多数の確率過程が組み合わさった場合、結果として出てくる物理量が正規分布に従う（中心極限定理）
- 面積一定の場合、高さと幅は $1/\sigma$ と σ に比例する



GetMeanError と GetStdDevError

- 母集団の分布や理論的な分布が正規分布であったとしても、限られた実験データ（標本）は母集団を完全に再現しない
- 標本から得られる平均値や標準偏差は、真の値とはずれる
- TH1::GetMeanError と GetStdDevError は、そのずれの推定量を返す
- 正規分布の場合、物理量 x に対し次の推定量の誤差があることが知られている

$$\delta\bar{x} = \frac{s}{\sqrt{N}} \qquad \delta s = \frac{s}{\sqrt{2N}}$$

確かめてみる

```
$ cat StandardError.C
void StandardError() {
  const Int_t kSampleSize = 10000;
  const Int_t kRepeat = 10000;
  const Double_t kMean = 0.;
  const Double_t kSigma = 1.;

  TH1D* hMeanError = new TH1D("hMeanError", ";<#it{x}>", 100, -0.05, 0.05);
  TH1D* hStdDevError = new TH1D("hStdDevError", ";#it{#sigma}_{#it{x}}", 100, -0.05, 0.05);

  for(Int_t i = 0; i < kRepeat; i++){
    TH1D h("", "", 100, -5, 5);
    for(Int_t j = 0; j < kSampleSize; j++){
      Double_t x = gRandom->Gaus(kMean, kSigma);
      h.Fill(x);
    }
    hMeanError->Fill(h.GetMean() - kMean);
    hStdDevError->Fill(h.GetStdDev() - kSigma);
  }

  TCanvas* can = new TCanvas("can", "can", 1200, 600);
  can->Divide(2, 1, 1e-10, 1e-10);
  can->cd(1);
  hMeanError->Draw();
  can->cd(2);
  hStdDevError->Draw();
}
```

❶ 平均 $\mu = 0$、標準偏差 $\sigma = 1$

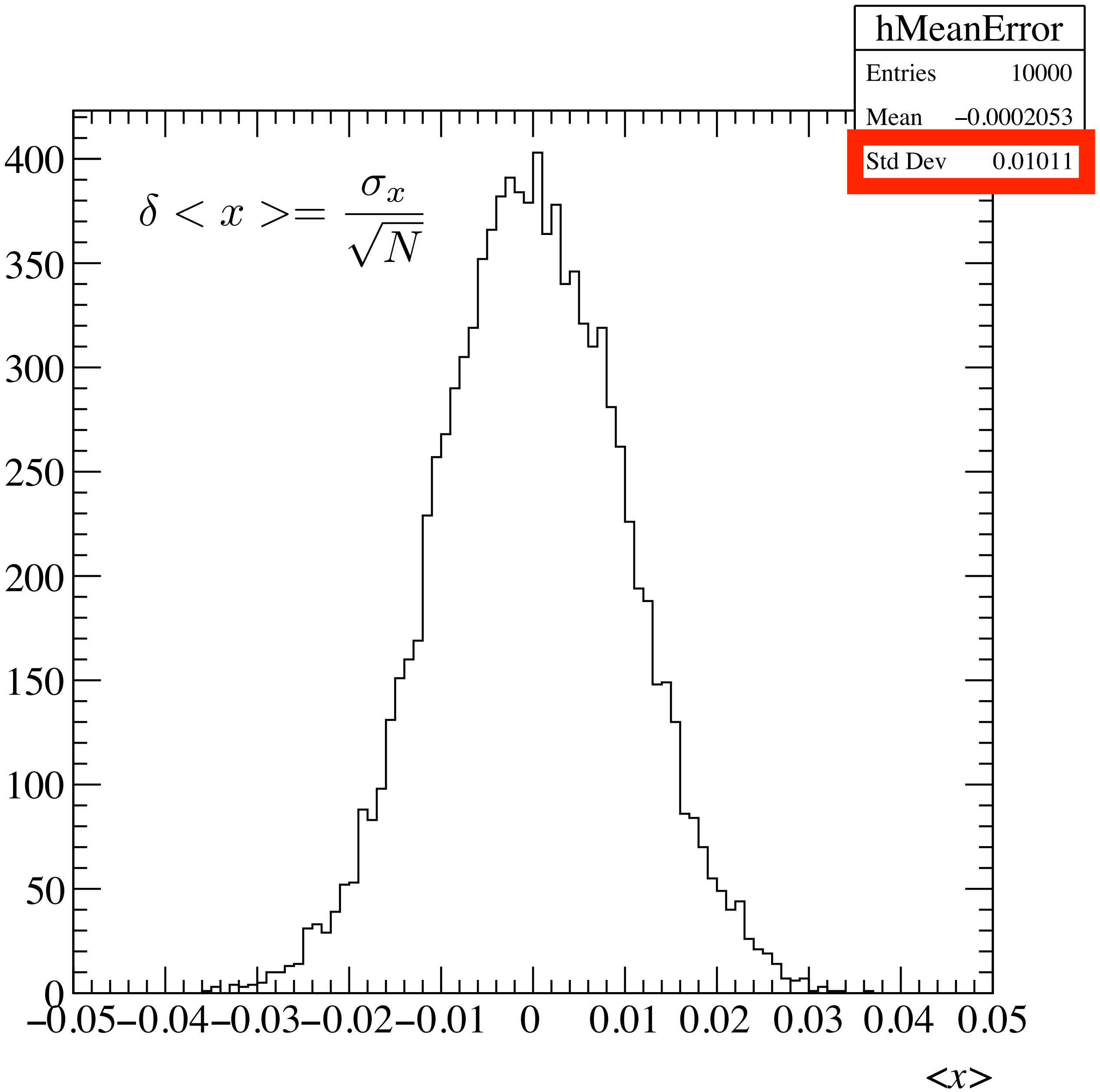
❷ 真の値からどれだけずれたかを詰めるヒストグラム

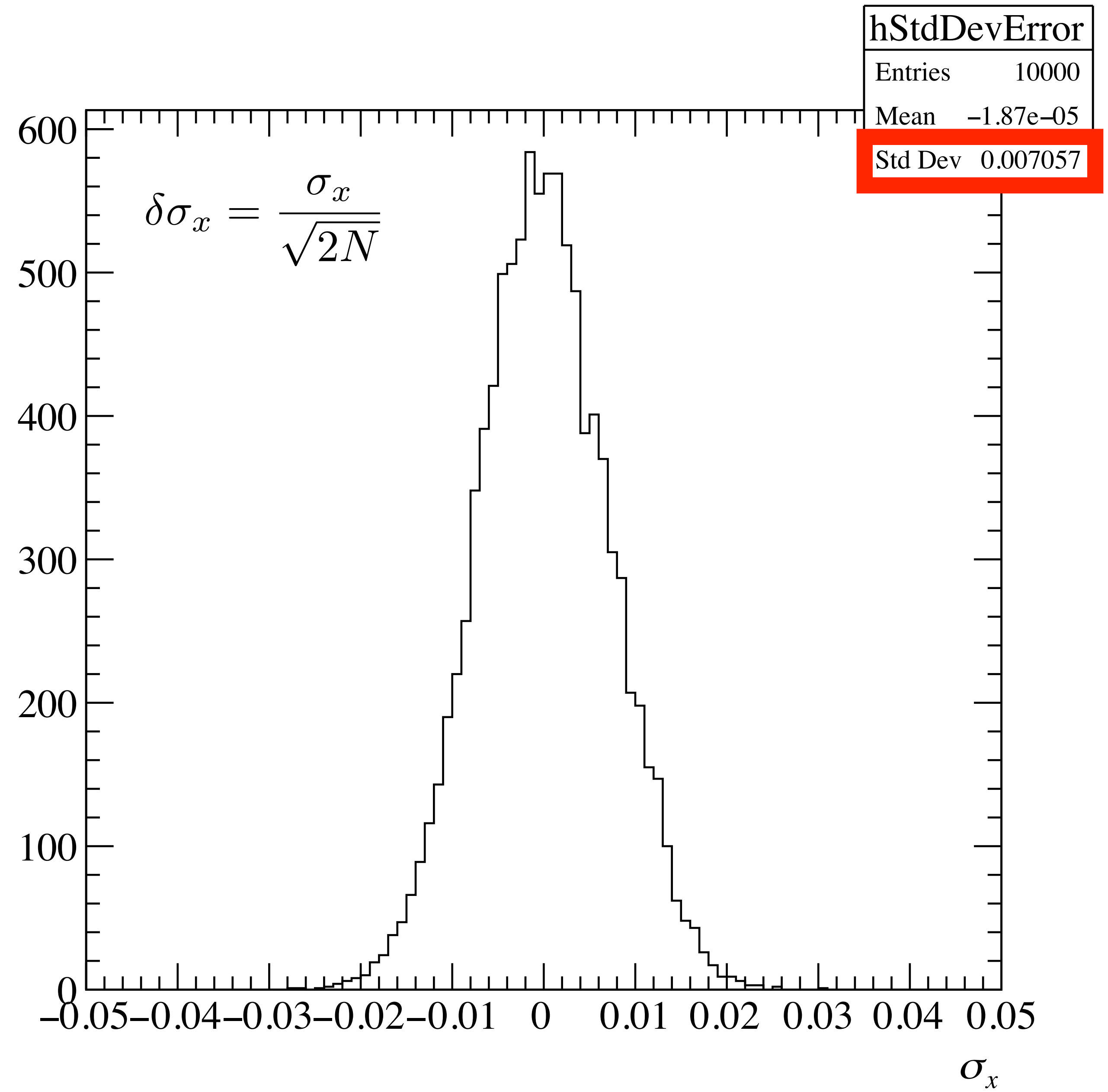
❸ $\mu = 0$、$\sigma = 1$ で乱数を 10,000 回生成

❹ 標本で得られた $\bar{x}$ と σ_x の、真値との差を詰める
これも 10,000 回繰り返し

❺ Draw する

確かめてみる





- $\sigma_x/\sqrt{N} = 1/100 = 0.01$
- $\sigma_x/\sqrt{2N} = 1/(1.4\cdots \times 100) = 0.0707$
- 誤差の範囲で一致している

大事なこと

- 通常の測定は母集団から標本を抜き出しているだけ
- 真の分布は知りえないので標本から推定する
- 平均値や標準偏差は、標本から計算されたもの
  - 真の平均値からの誤差は $\sigma x/\sqrt{N}$
  - 真の標準偏差からの誤差は $\sigma x/\sqrt{2N}$

- ある確率分布に従う測定があった場合、統計誤差はその分布の標準偏差
- 多数の測定から平均値を求める場合は、統計誤差は $\sigma x/\sqrt{N}$

注意事項

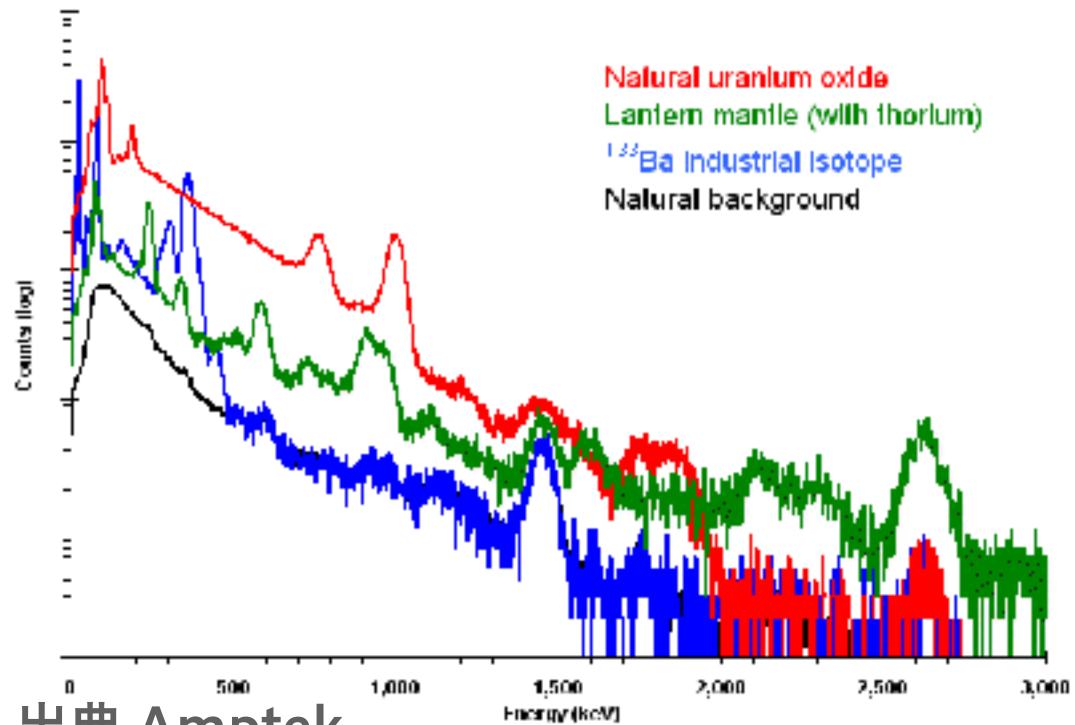
- 実際に実験データを解析する場合、真に正規分布であることはほとんどない
  - 正規分布は正負の無限大の値を取りうるが、実際の測定でそのような値は取りえない
  - 光電子増倍管の出力波高を正規分布と仮定することがあるが、負のゲインはありえない。また正規分布と異なることも実はよく知られている。

- ROOT で横軸の表示範囲を変更すると、平均値や標準偏差が表示範囲のみで再計算される
- ポアソン分布や指数分布などもあるので、各自勉強してください

フィッティング

ヒストグラムのフィット

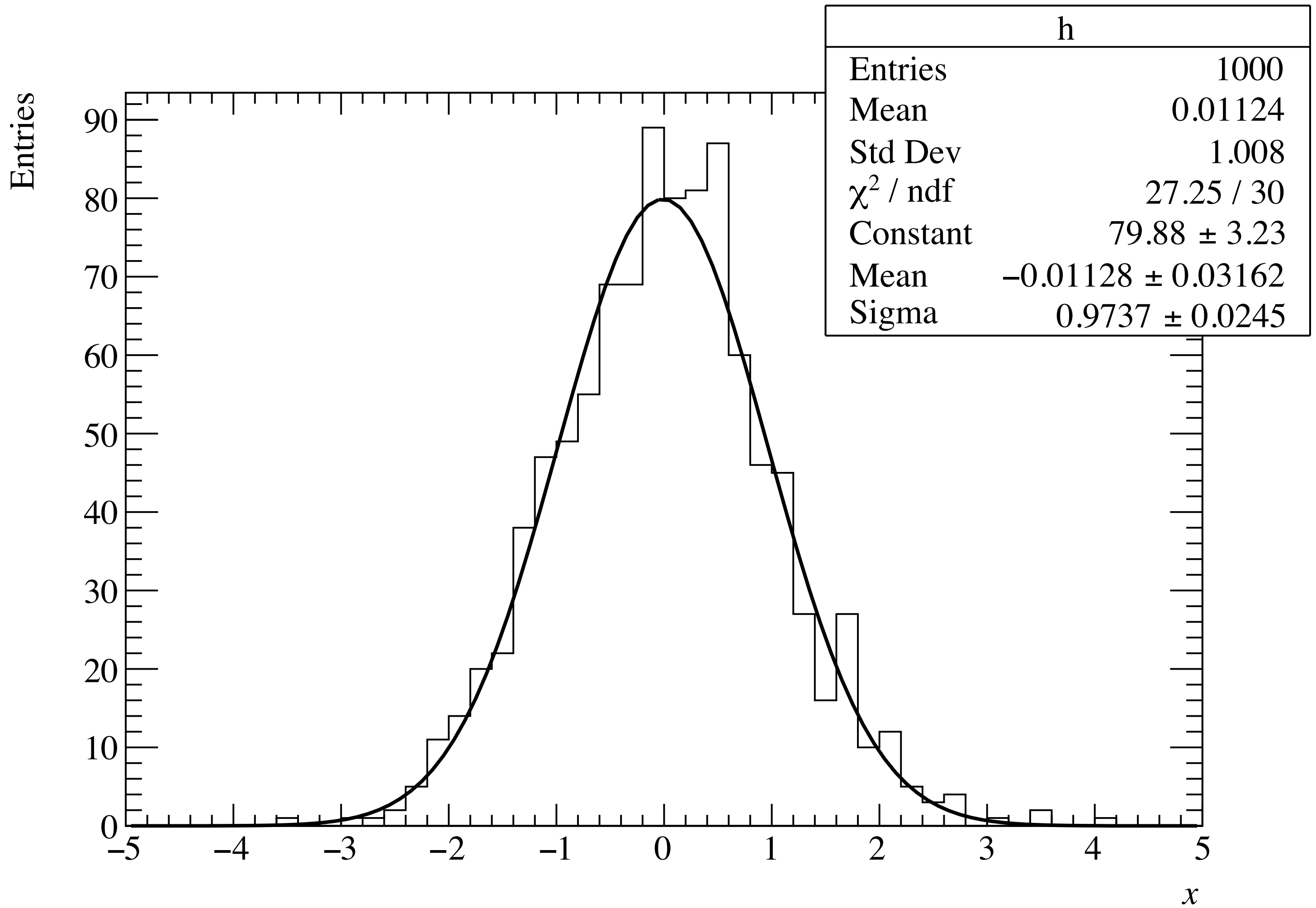
- 実験で得られたヒストグラムから物理量を抜き出すとき、単純な１つの正規分布であることは少ない
  - 複数のピークの存在するデータ
  - バックグラウンドを含むデータ



出典 Amptek
http://amptek.com/products/gamma-rad5-
ray-detection-system/

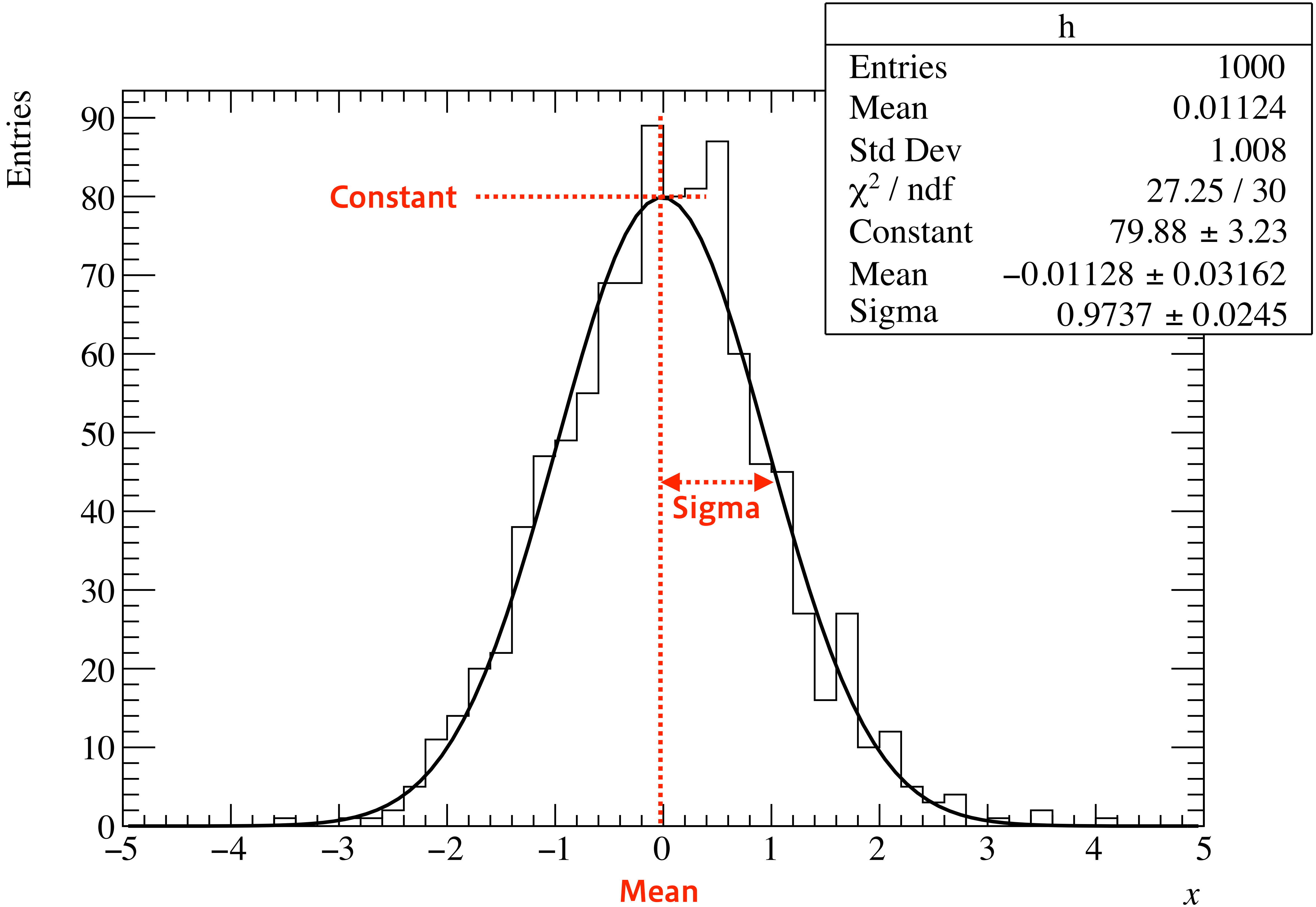
- ヒストグラムをよく再現するモデル関数を作り、フィット（fit、曲線のあてはめ）を行うことで変数(parameter）を得る

単純な例




```
root [0] TH1D* hist = new TH1D("h", ";#it{x};Entries", 50, -5, 5)
root [1] hist->FillRandom("gaus", 1000)
root [2] hist->Fit("gaus")
 FCN=27.2533 FROM MIGRAD    STATUS=CONVERGED      60 CALLS          61 TOTAL
                     EDM=1.22437e-07    STRATEGY= 1      ERROR MATRIX ACCURATE
  EXT PARAMETER                                STEP         FIRST
  NO.   NAME      VALUE            ERROR          SIZE      DERIVATIVE
   1  Constant     7.98846e+01   3.22837e+00   6.64782e-03  -1.29981e-05
   2  Mean        -1.12836e-02   3.16206e-02   8.19052e-05  -1.55071e-02
   3  Sigma        9.73719e-01   2.44588e-02   1.69219e-05  -7.15963e-03
```

詳細



h
Entries 1000
Mean 0.01124
Std Dev 1.008
χ2 / ndf 27.25 / 30
Constant 79.88 ± 3.23
Mean −0.01128 ± 0.03162
Sigma 0.9737 ± 0.0245
Entries
Constant
Sigma
Mean
x
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5

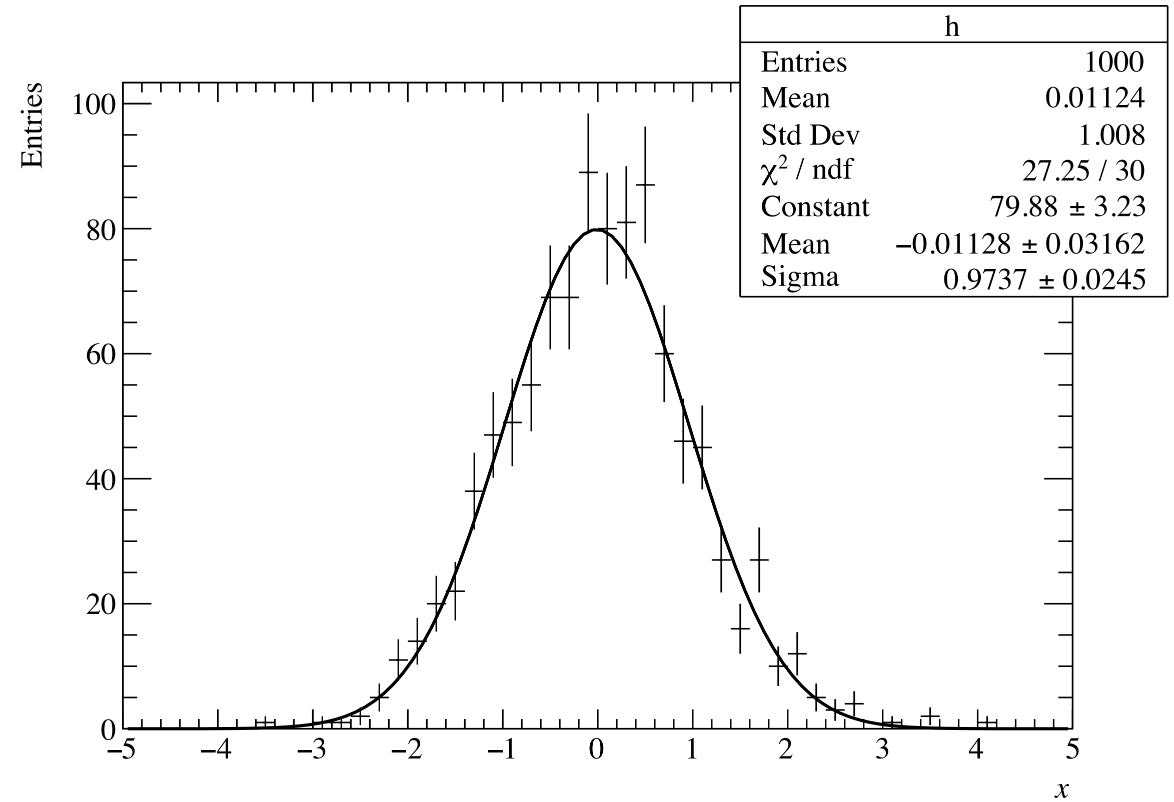
変数の比較

	平均	標準偏差
真値	0	1
ヒストグラム	0.011±0.032	1.008±0.023
フィット	-0.011±0.032	0.974±0.025

- 両者とも誤差の範囲で真値を推定できている
- 誤差の大きさは両者で同程度

ROOT は内部で何をしているか

- 各ビンには統計誤差が存在
  - そのビンに入る標本の大きさはポアソン分布に従う
  - N > 20 で正規分布と見なせる
  - δN = √N と近似できる



- 最小二乗法を用いて、カイ二乗（χ2）を最小にするように、モデル関数の変数空間を探索する

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\delta y_i^2}$$

xi : ビンの中心値
yi : 各ビンの計数
f(xi) : xi におけるモデル関数の値
δyi : yi の誤差
N - 変数の数 : 自由度 ν

- この値はカイ二乗分布と呼ばれる確率密度関数に従う

χ^2 を最小にする理由

- 最も尤もらしいモデル関数は、測定されたデータ値の分布が最も生じやすい関数のはずである
  - 各データ点の誤差（ばらつき）は正規分布に従うとする
  - 各データ点の値が出る確率の積が、手元の標本になる確率になると見なす

$$
\begin{aligned}
\text{Prob.} &\propto \prod_{i=1}^{N} \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta y_i^2}} \exp\left[-\frac{(y_i - f(x_i))^2}{2\delta y_i^2}\right] \\
&\propto \exp\left[-\sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - f(x_i))^2}{2\delta y_i^2}\right] \\
&= \exp(-\chi^2)
\end{aligned}
$$

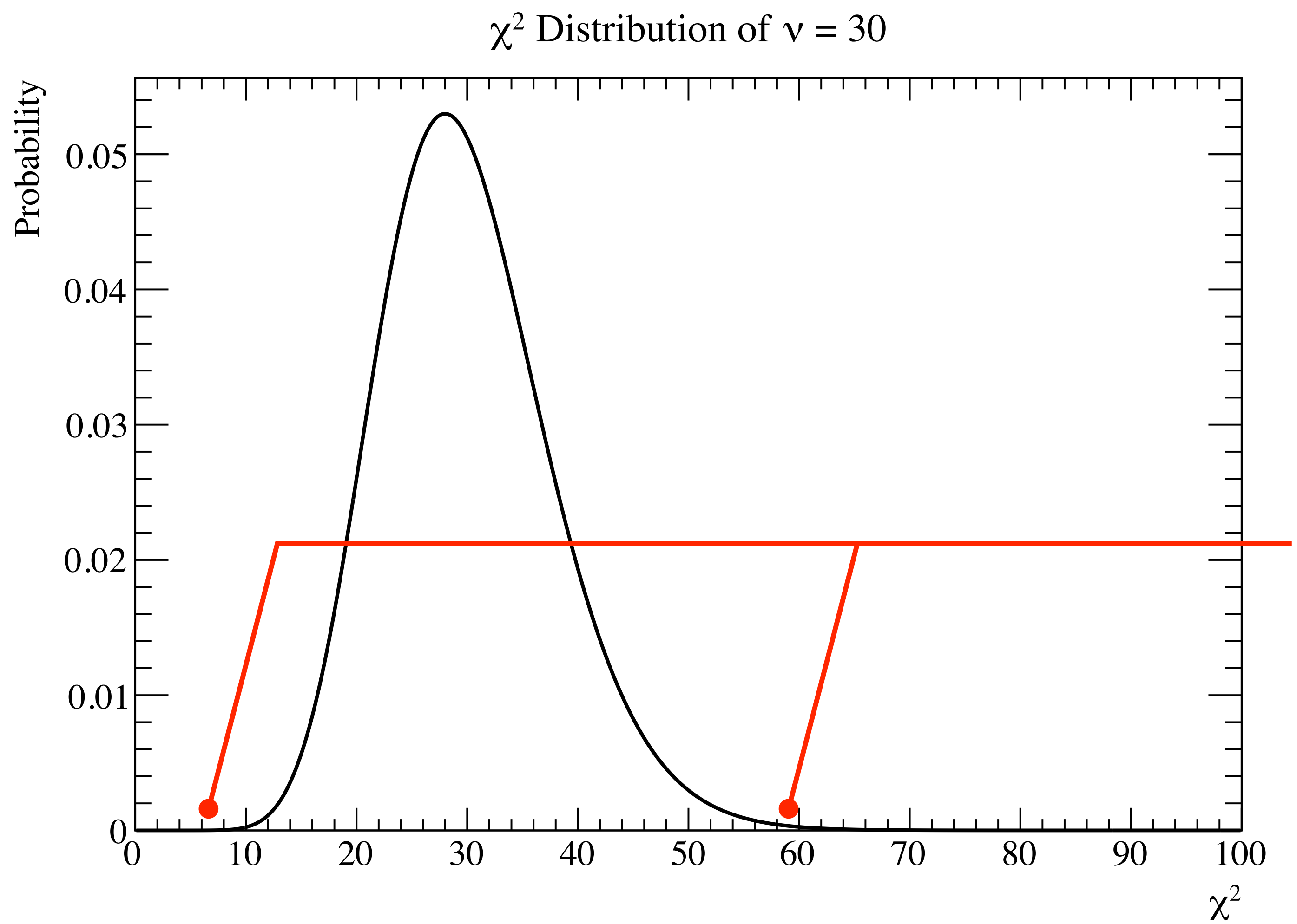
- 結局、 χ^2 を最小にするのが、確率最大になる

カイ二乗分布

- 自由度 ν のカイ二乗の値は、カイ二乗分布に従う

$$P_\nu(\chi^2) = \frac{(\chi^2)^{\nu/2-1} e^{-\chi^2/2}}{\Gamma(\nu/2) 2^{\nu/2}}$$

カイ二乗分布と p 値



このあたりに来ると確率としてありえない $p < 0.01$ や $p > 0.99$ くらいの場合、誤差の評価が正しいか要確認

```
$ root
root [0] TF1* pdf = new TF1("pdf", "ROOT::Math::chisquared_pdf(x, [0], 0)", 0,
100)
root [1] pdf->SetTitle("#chi^{2} Distribution of #nu = 30;#chi^{2};Probability")
root [2] pdf->SetParameter(0, 30)
root [3] pdf->SetNpx(500)
root [4] pdf->Draw()
root [5] TMath::Prob(27.25, 30)
(Double_t) 0.610115
```

❶ カイ二乗分布の 1 次元関数 TF1 を作る

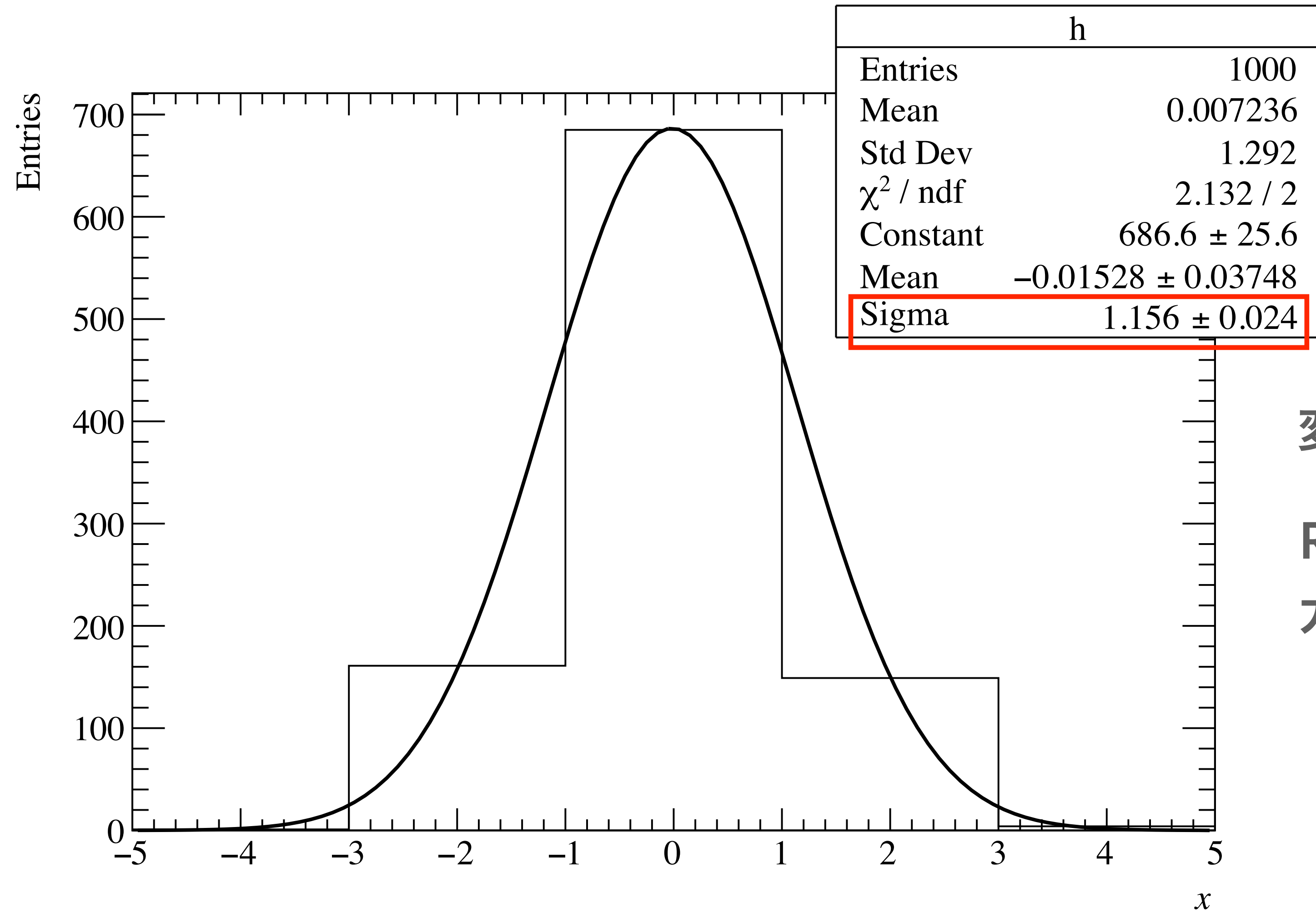
❷ 自由度 $\nu = 30$ に設定

❸ TF1 の点数を増やし表示を滑らかに（本質的でない）

❹ 確率の計算

$\nu = 30$、$\chi 2 = 27.25$ の場合、$p = 0.61$

モデル関数に比べてビン幅が広過ぎる場合

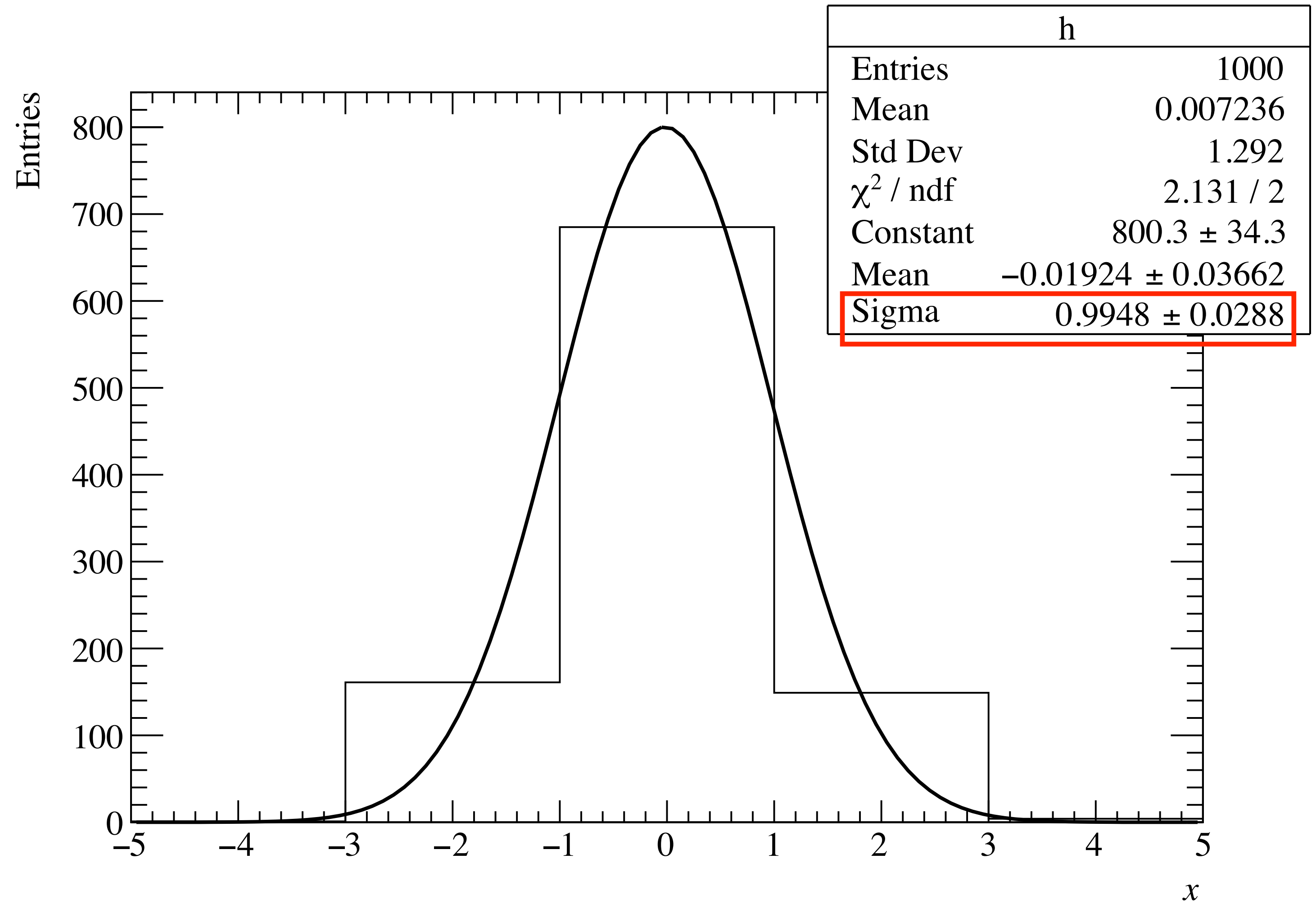


変数の推定を誤る！

ROOT がビンの中心値でカイ二乗を計算するため

```
root [0] TH1D* hist = new TH1D("h", ";#it{x};Entries", 5, -5, 5)
root [1] hist->FillRandom("gaus", 1000)
root [2] hist->Fit("gaus")
 FCN=2.13212 FROM MIGRAD    STATUS=CONVERGED      52 CALLS           53 TOTAL
                     EDM=2.37573e-07    STRATEGY= 1      ERROR MATRIX ACCURATE
  EXT PARAMETER                                STEP         FIRST
  NO.   NAME      VALUE            ERROR          SIZE      DERIVATIVE
   1  Constant     6.86581e+02   2.55989e+01   1.87885e-02  -1.43368e-05
   2  Mean        -1.52834e-02   3.74843e-02   3.22360e-05   8.88105e-03
   3  Sigma        1.15649e+00   2.36229e-02   4.99586e-06  -1.09181e-01
```

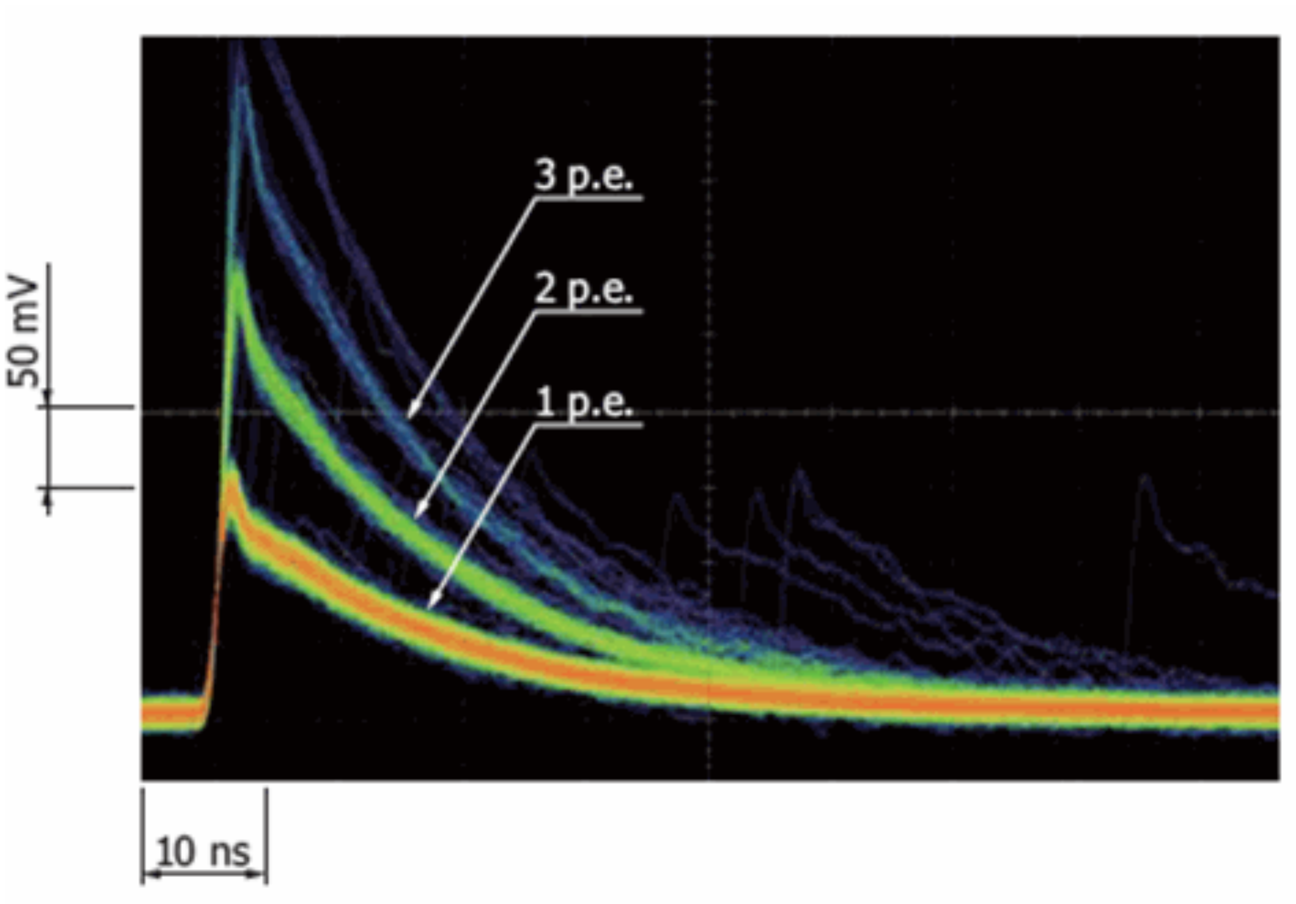
“i” (integral) オプションを使う




```
root [0] TH1D* hist = new TH1D("h", ";#it{x};Entries", 5, -5, 5)
root [1] hist->FillRandom("gaus", 1000)
root [2] hist->Fit("gaus", “i”)          “i” を追加
 FCN=2.13123 FROM MIGRAD    STATUS=CONVERGED      104 CALLS         105 TOTAL
                     EDM=2.22157e-07    STRATEGY= 1      ERROR MATRIX ACCURATE
  EXT PARAMETER                                  STEP         FIRST
  NO.   NAME      VALUE            ERROR          SIZE      DERIVATIVE
   1  Constant     8.00322e+02   3.43377e+01   2.18847e-02  -1.06589e-05
   2  Mean        -1.92391e-02   3.66159e-02   3.15299e-05  -1.19143e-03
   3  Sigma        9.94826e-01   2.88088e-02   5.67273e-06  -9.54913e-02
```

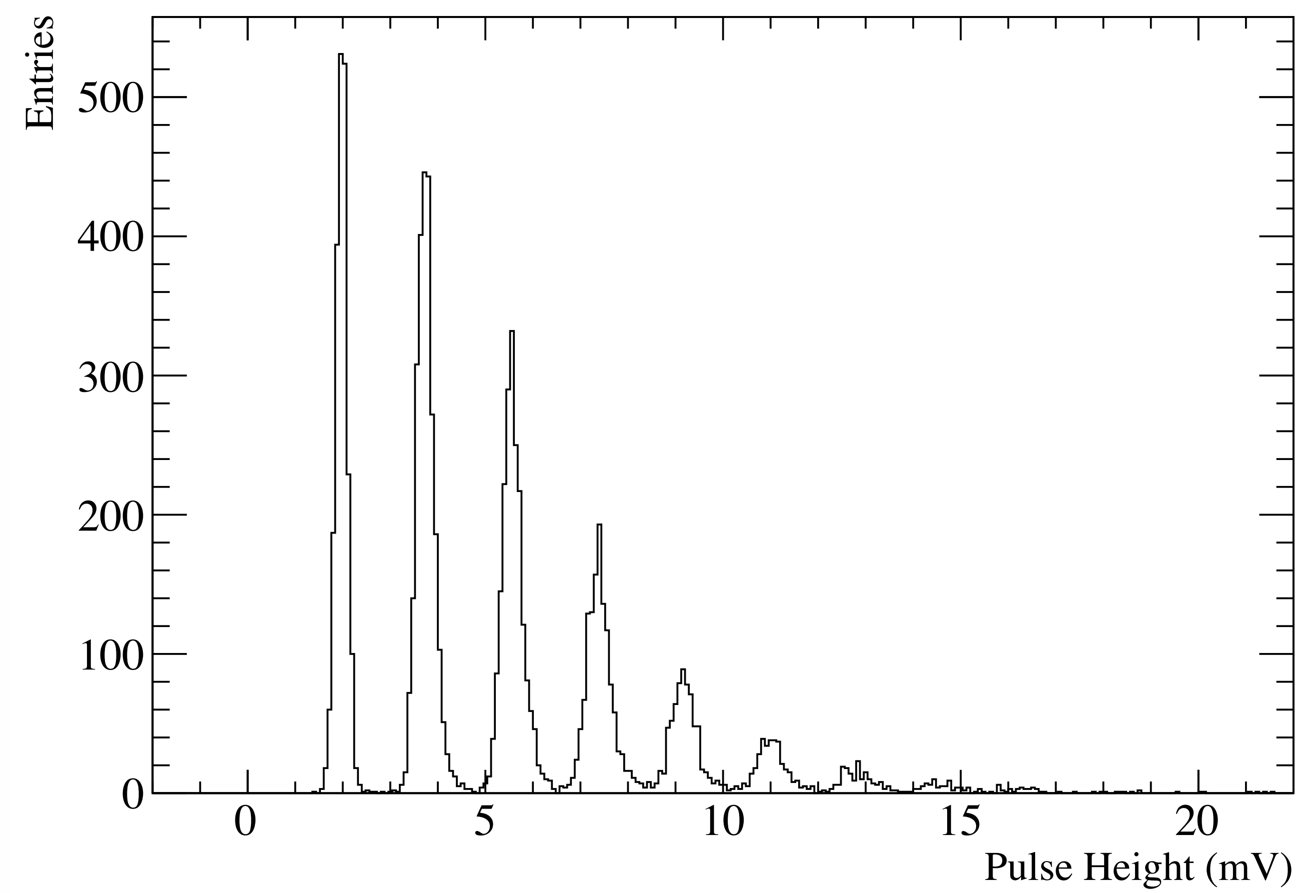
実験室におけるデータ例

正規分布でのフィット例



半導体光検出器の出力波形例
（浜松ホトニクス）

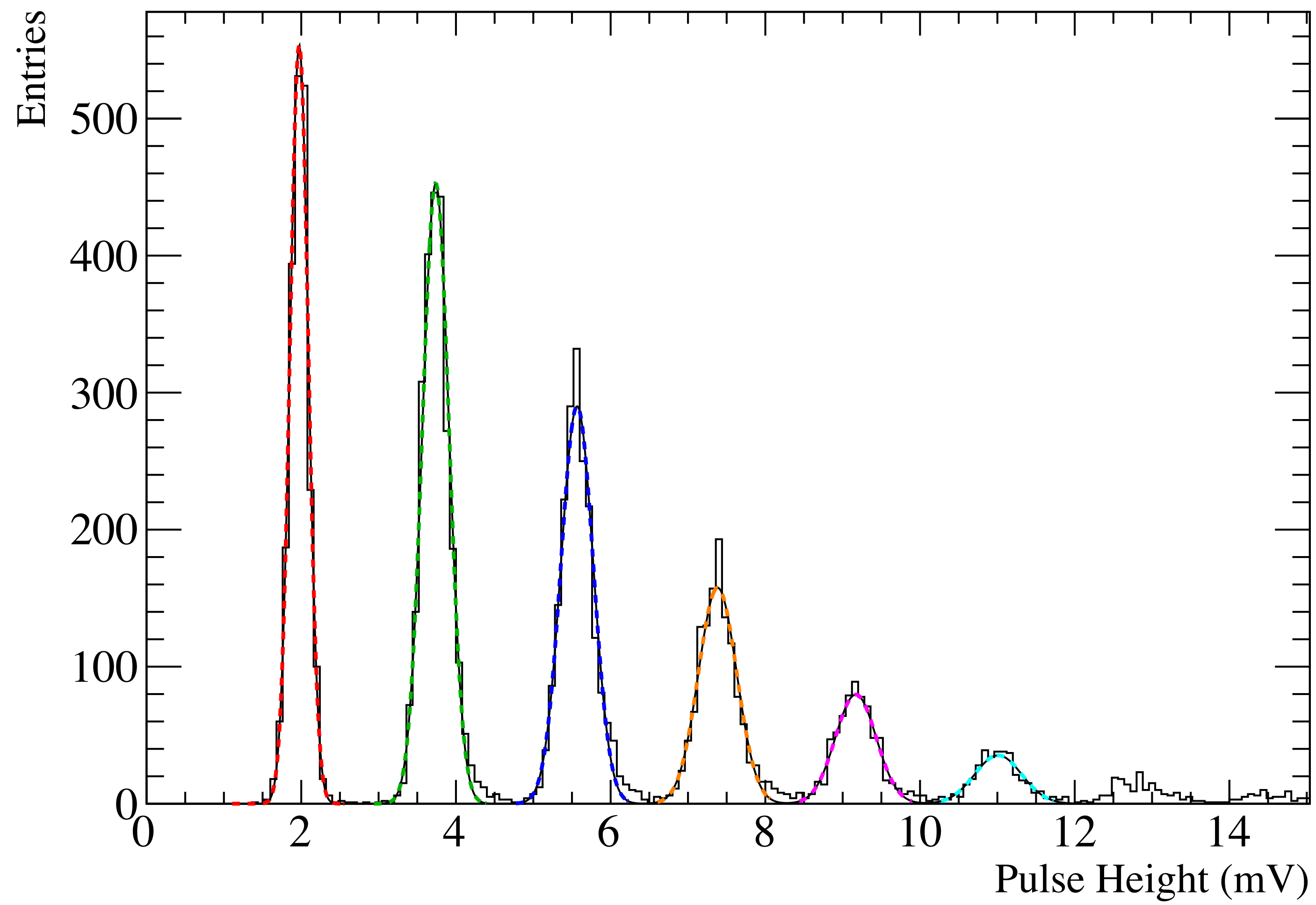
http://www.hamamatsu.com/us/en/community/optical_sensors/sipm/physics_of_mppc/index.html



半導体光検出器の出力波高分布例
（データ提供：日高直哉）

- 光検出器の出力電荷や波高分布は、正規分布でよく近似できる場合が多い
- 半導体光検出器の場合、光電変換された光電子数に比例して波高が綺麗に分かれる
- 光電子数分布や利得（gain）の評価に正規分布でのフィット

複数の正規分布によるフィットの例




```
$ root
root [0] .x MppcFit.C
```

なにをやっているか

```
void MppcFit() {
  TFile file("../misc/MPPC.root");
  gROOT->cd();
  TH1* h = (TH1*)file.Get("pulseheight")->Clone();
  file.Close();

  const Double_t kRoughHeight = 16.5 / 9.; // ~16.5 (mV) at 9 p.e.
  const Int_t kNPeaks = 6;
  TF1* gaus[kNPeaks];

  std::string fit_string = "";

  for (Int_t i = 0; i < kNPeaks; ++i) {
    gaus[i] = new TF1(Form("g%d", i), "gaus", (i + 0.6) * kRoughHeight,
                      (i + 1.4) * kRoughHeight);
    gaus[i]->SetLineColor(i + 2);
    gaus[i]->SetLineStyle(2);

    if (i != 0) {
      fit_string += "+";
    }
    fit_string += Form("gaus(%d)", i * 3);
  }
```

なにをやっているか

```
  TF1* total = new TF1("total", fit_string.c_str(), 1., 17.);
  total->SetLineWidth(1);
  total->SetLineStyle(1);
  total->SetNpx(1000);

  for (Int_t i = 0; i < kNPeaks; ++i) {
    h->Fit(gaus[i], i == 0 ? "R" : "R+");
    for (Int_t j = 0; j < 3; ++j) {
      Double_t p = gaus[i]->GetParameter(j);
      total->SetParameter(i * 3 + j, p);
      if (j == 1) {
        total->SetParLimits(i * 3 + j, p - 0.5, p + 0.5);
      } else if (j == 2) {
        total->SetParLimits(i * 3 + j, p * 0.5, p * 1.5);
      }
      h->Fit(total, "R+");
    }
  }

  h->Fit(total, "i");

  h->Draw();
  h->GetXaxis()->SetRangeUser(0, 15);

  for (Int_t i = 0; i < kNPeaks; ++i) {
    for (Int_t j = 0; j < 3; ++j) {
      Double_t p = total->GetParameter(i * 3 + j);
      gaus[i]->SetParameter(j, p);
    }
    gaus[i]->Draw("l same");
  }
}
```

第 2 回のまとめ

- ヒストグラムとは何か
- TH1 を使った ROOT でのヒストグラムの例
- 正規分布
- カイ二乗分布と確率
- ROOT での 1 次元ヒストグラムのフィッティング

- 分からなかった箇所は、各自おさらいしてください